

0855

"CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL DISEÑO DE DESCARGAS
SUBMARINAS DE AGUAS RESIDUALES MUNICIPALES"

ING. MIGUEL CAMILO BACHA PEÑA

T R A B A J O

PRESENTADO A LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERIA AMBIENTAL

(OPCION ING. SANITARIA)

1985



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPFI

T. UNAM
1985
BAC

DEDICATORIA

- A mi adorada hija, Yesenia Yasmín Bachá Díaz
Ya que para el alcance de esta meta, ha sido la per
sona más sacrificada
- A mis Padres, Don Michel Bachá Salomón y Doña Francisca -
Peña de Bachá, a quienes debo mi fe en Dios y mi --
constante deseo de superación
- A mis hermanos: Ing. José Luis Bachá Peña y Sarah M. -
Bachá Peña, por su confianza y apoyo
- A María Ximena Bahamón M, por el cariño que me ha profe
sado
- A mis compañeros de labores de la División de Diseño, -
Depto. de Proyectos, Subdirección de Ingeniería de
la Corporación del Acueducto y del Alcantarillado -
de Santo Domingo (CAASD)
- Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, especialmente a-
los investigadores: Dr. José Luis Fernández Zayas,
Dr. Simón González, M. en I. Rosario Iturbe Argue-
lles y Dra. María Viñas S.
- A mis compañeros de estudios de maestría en Ing. Ambien-
tal, especialmente al Ing. Giovanni Espinal F y al-
teniente Ingeniero Wellington Tejada G.
- A mi gran amigo Ing. Luis Alfredo Romero Patnella
- A los profesores de la sección de Ing. Ambiental ---
(DEPFI-UNAM), de quienes siempre he recibido la ---
orientación bien intencionada y llena de esperanza,
que he extrañado de mis coterráneos
- A Don Homero Mañón y Tomás Baéz, por ayuda sincera y --
desinteresada
- A mis amigos: Ing. Diógenes Peña, Ing. Virgilio Rodrí-
guez, Ing. Rafael Cabral Wagner, Ing. Luis Sallant
Ing. Wilfredo Pina B., Ing. Ramón Stefan, Ing. Ce-
sar Fernández. Ing. Frank Espinoza e Ing. Leonardo-
Reyes, porque con ellos he alimentado mis sueños de
superación académica
- A mis compañeros de departamento en mi estadía en Méxi-
co: Ing. José Carlos Batista, Ing. Pedro Solano, -
Lic. Robinson Tejada y Dr. Ramón Peña

- A todos los dominicanos residentes en México, especialmente al Ing. Ruskain Acevedo y al Ing. Esmelin de los Santos
- Al Ing. Michel Nicolás Nader, porque gracias a la oportunidad que me brindó me inicié en el ejercicio de la Ingeniería Sanitaria
- A mis profesores de Ing. Sanitaria a nivel de licenciatura: M. en I. Roberto Castillo Tib y M. en I. Magda Duarte
- Al M. en C. Francisco Montejano por su ayuda y dirección en este trabajo y la Srta. Yolanda Rivera por su excelente labor de mecanografía.

APROBADO POR EL JURADO

PRESIDENTE: M. EN C. FRANCISCO MONTEJANO URANGA _____

VOCAL: M. EN I. GASTÓN MENDOZA GÁMEZ _____

SECRETARIO: M. EN C. MARIO SOLANO GONZÁLEZ _____

SUPLENTE: M. EN C. VICENTE FUENTES GEA _____

SUPLENTE: M. EN I. GEORGINA FERNÁNDEZ VILLAGÓMEZ _____

SUMARIO

Este trabajo revisa desde un punto de vista crítico, los modelos utilizados para simular transporte y dispersión de contaminantes en el mar, presentando un ejemplo de aplicación.

Se señalan las limitaciones de los enfoques actuales y posibles estrategias de mejoramiento de estos. Se detalla el desarrollo matemático en cada caso.

El aspecto más interesante de este estudio es la consideración de una ley de variación del coeficiente de difusión turbulenta, comprendida en un rango factible.

"CONSIDERACIONES GENERALES PARA EL DISEÑO DE DESCARGAS
SUBMARINAS DE AGUAS RESIDUALES MUNICIPALES"

I N D I C E

	Pág.
SIMBOLOGIA (EN ORDEN DE APARICION EN EL TEXTO)	I
I. DESCRIPCION GENERAL E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA	1
I.1 Antecedentes	1
I.2 Información necesaria	3
I.3 Aspecto sanitario	6
I.4 Aspecto hidráulico	10
II. ANALISIS CRITICO DE LOS METODOS MAS USUALES EN LA DETERMINACION DE LA DILUCION INICIAL	15
II.1 Dilución inicial en medio no estratificado	16
II.2 Dilución inicial en medio estratificado	20
II.3 Limitaciones de los enfoques tradicionales	27
III. REVISION DEL PROBLEMA MATEMATICO DEL TRANSPORTE DE CONTAMINANTES EN EL MAR	29
III.1 La transformada de Laplace	30
III.2 Leyes de difusión	34
III.3 La función error	38
III.4 Planteo y solución de la ecuación diferencial del fenómeno de difusión turbulenta en aguas marinas	41

	Pág.
IV. EJEMPLO DE APLICACION	58
V. COMENTARIOS	66
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	69
APENDICES	74

SIMBOLOGIA (EN ORDEN DE APARICION EN EL TEXTO)

t = variable tiempo

C_t = conc. bacteriana en el tiempo t (M/L^3)

C_0 = conc. bacteriana en el tiempo $t=0$ (M/L^3)

K = constante aparente de decaimiento (T^{-1})

T_{90} = tiempo en el cual ha desaparecido el 90% de la población bacteriana inicialmente presente en una muestra (T)

q_0 = caudal (medio futuro) por metro de longitud del difusor ó distribuidor ($L^3/T/L$)

e = espaciamiento entre orificios en el distribuidor (centro a centro) (L)

F = número de Froude (adimensional)

y_{max} = altura de agua máxima sobre el centro del orificio en cuestión, hasta la parte superior del campo mezclado (L)

D = diámetro del orificio (L)

D_i = diámetro del i -ésimo orificio (L)

D_e = diámetro del emisor (L)

- n = número de orificios
 S = dilución de las aguas residuales
 P = fracción de aguas residuales en una muestra el campo-mezclado
 Y_0 = profundidad total desde el centro del chorro inicial a la superficie libre del medio receptor (L)
 V = velocidad nominal del chorro (L/T)
 g = aceleración debida a la gravedad (L/T²)
 ρ_d = densidad específica del desecho
 $\Delta\rho$ = diferencia de densidades específicas del agua de mar y del residuo líquido
 g' = aceleración aparente debida a la fuerza de gravedad - (L/T²)
 d = espesor del campo mezclado (L)
 L_a = longitud curva desde el centro del orificio de descarga hasta el punto (X_a, Y_a) ver figura 2.1 (L)
 L_0 = longitud curva desde el centro del orificio de descarga hasta el punto (X_0, Y_0) , ver figura 2.1 (L)
 ν = viscosidad cinemática de las aguas residuales (L²/T)
 S_0 = dilución media mínima en el extremo superior de la columna ascendente
 Re = número de Reynolds
 β = dilución al nivel de separación, medio estratificado - (mínima)
 ρ_F = densidad específica del agua fría
 ρ_C = densidad específica del agua caliente
 ρ_M = densidad específica del agua de mar
 $\frac{d\rho_m}{dy}$ = gradiente de densidad específica (L⁻¹)

- Q = caudal de aguas negras descargado (L^3/T)
 b = ancho inicial del campo de mezcla (L)
 v = velocidad de corriente predominante sobre el campo --
mezclado (L/T)
 S_a = dilucion inicial por corrientes
 $F(t)$ = función cuya transformada de Laplace es $f(s)$
 $f(s)$ = función cuya transformada inversa de Laplace es $F(t)$
 δ = operador transformada de Laplace
 s = número real ó complejo
 δ^{-1} = operador transformada inversa de Laplace
 T_{Tx} = tasa de transporte de masa en la dirección x ($M/T \cdot L^2$)
 D_m = coeficiente de difusión molecular (L^2/T)
 dx, dy y dz = dimensiones en $x, y,$ y z de un elemento diferen--
cial
 dA = diferencial de área ($dx \cdot dz$) (L^2)
 m = masa transportada (M)
 ϵ = coeficiente de difusión turbulenta (L^2/T)
 $F_{er}(t)$ función error calculada en t
 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 = coeficientes de la aproximación racional a--
la función error (ec. 3.12)
 $h(t)$ = error numérico de la aproximación racional a la fun--
ción error (ec. 3.12)
 Z = variable usada en la aproximación racional a la fun--
ción error
 a = valor del coef. de dif. turbulenta para $L = 1$
 $C(x, y)$ función de concentración en el campo mezclado
 C_0 = concentración inicial en la fuente de línea
 L = escala de turbulencia (figura 3.6)

ϵ_z = coef. de difusión turbulenta vertical (L^2/T)

$\phi(x,y)$ = función de concentración sin considerar decaimiento

ϵ_0 = coef. de dif. turbulenta inicial, para una escala $L=b$ (longitud de la fuente de línea) (L^2/T)

X' = área bajo la curva de la relación ϵ/ϵ_0 desde el punto $X=0$, hasta el valor X considerado (L)

t' = variable igual a la relación X'/v

m = masa emitida por unidad de área por una fuente puntual (M/L^2)

σ = desviación estandar de la distribución de concentraciones en una estación X , aguas abajo de la fuente de línea

$f(X)$ = función matemática igual a la relación ϵ/ϵ_0

σ^2 = variancia de la distribución de concentraciones en una estación X , aguas abajo de la fuente de línea

j = coeficiente igual a $v/12\epsilon_0$

β = factor adimensional $12\epsilon_0/vb$

ϕ = letra griega usada para indicar diámetro

S_1 = dilución por transporte y dispersión

S_2 = factor de disminución debido a mortalidad bacteriana

S_T = dilución total

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
<u>FIGURA 1.1</u> Esquema del emisor de 90" de diametro de los Angeles County Sanitation Districts. ref [20]	12
<u>FIGURA 1.2</u> Gráfica para estimar el valor L/D a partir del número de Froude al cuadrado y la relación Y_0/D . ref [20]	14
<u>FIGURA 2.1</u> Esquema de un conducto descargando -- aguas residuales al medio marino	18
<u>FIGURA 2.2</u> Gráfica para estimar la dilución inicial mínima en medio sin corrientes, por Rawn, Bowerman y Brooks [20]	21
<u>FIGURA 2.3</u> Curvas Y_0/D versus S_0 , para diferentes números de Froude. ref [9]	22
<u>FIGURA 2.4</u> Opciones propuestas para aumentar la dilución inicial, ref [9]	23
<u>FIGURA 2.5</u> Campo mezclado sumergido (vista lateral)	25
<u>FIGURA 3.1</u> Secuencia de solución de ecuaciones diferenciales parciales con valores iniciales, usando transformadas de	34

Laplace

<u>FIGURA 3.2</u>	Croquis del elemento de análisis	36
<u>FIGURA 3.3</u>	Gráfica de la función Error	40
<u>FIGURA 3.4</u>	Diagrama presentado por Okubo (1971) relacionando valores del coeficiente de difusión turbulenta horizontal y escala de mezclado. ref [7]	43
<u>FIGURA 3.5</u>	Diagrama de Okubo enriquecido con datos medidos adicionales, presentado por Callaway. ref [4]	44
<u>FIGURA 3.6</u>	Vista en planta del campo mezclado	45
<u>FIGURA 3.7</u>	Gráfica de la relación $\frac{+ 1/2 L}{b}$ vs. $\beta \frac{X}{b}$ ref. [3]	55
<u>FIGURA 3.8</u>	Gráfica para estimar el factor de dilución a partir del factor adimensional $\beta \frac{X}{b}$ ó viceversa. ref [9]	57

INDICE DE TABLAS

	Pág.
<u>TABLA 1.1</u> Principales datos requeridos en el proyecto de descargas submarinas	4
<u>TABLA 1.2</u> Valor de control para descargas submarinas. ref [23]	7
<u>TABLA 3.1</u> Valor del coeficiente de difusión turbulenta vertical reportados por diferentes investigadores. ref [4]	48
<u>TABLA 3.2</u> Resumen de valores L/b	54
<u>TABLA 4.1</u> Resumen de cálculos del ejemplo de aplicación. Diluciones totales para diferentes longitudes del emisor	64
<u>TABLA 4.2</u> Longitudes de emisor para diferentes niveles de eficiencia de tratamiento	65

CAPITULO I. DESCRIPCION E IMPORTANCIA DEL PROBLEMA

I.1 Antecedentes

A partir de la revolución industrial, las ciudades costeras experimentaron un crecimiento poblacional considerable, como consecuencia de la intensa actividad productiva desplegada en tal fenómeno histórico-social, aumentando el volumen de desechos sólidos y líquidos de estos centros urbanos, manejados anteriormente con cierta facilidad, debido a las bajas cargas contaminantes de las que se sometían los diferentes medios receptores.

Las descargas de aguas residuales sin tratamiento en el mar, a pocos metros de la línea costera, se han ido convirtiendo en un peligro para: la salud pública, protección de la biota marina, uso recreativo y en general los aspectos estéticos. Por otro lado, los tratamientos complejos son costo--

sos (construcción-operación y mantenimiento) y en el caso de aguas residuales municipales son poco justificables, teniéndose una gran fuente de dilución disponible, el océano. Claro está, cuando no se requiere reuso.

El razonamiento anterior impulsó desde 1930, la planeación, construcción y operación de emisores submarinos*, tuberías que transportan los residuos líquidos mar adentro para diluirlos, disminuyéndose así las concentraciones de las sustancias contaminantes, lógicamente la fenomenología de reacción de determinada sustancia en el medio marino, coadyuvará dichas reducciones o retardará el proceso en general de depuración.

Entre los años 1950 y 1960 en Estados Unidos se construyeron otros emisores submarinos para aguas residuales crudas o en algunos casos con tratamiento primario, pero a partir de 1960, los procesos de tratamiento primario (previos a la descarga) se convirtieron en norma, principalmente para remoción de sólidos sedimentables y protección sanitaria del litoral.

Storrs et.al. [23] han propuesto 5 elementos de principal interés en la planeación de descargas al mar por medio de emisores, a saber: a) tramo del emisor sujeto a efectos del-

* con criterio sanitario.

oleaje, b) porción submarina del emisor, c) tramo difusor (tubería horadada), d) características físico-químicas y biológicas de medio oceánico receptor, y e) características de las aguas residuales en cuestión. Es evidente entonces que es una labor multidisciplinaria el proyecto de dichas obras.

Los modelos para la dispersión de sustancias en el océano, están expuestos en textos tradicionales de Ingeniería Sanitaria con poca amplitud, siendo el objetivo de este trabajo la aclaración de los aspectos básicos involucrados en los mismos, aportando además una visión crítica señalando en todo momento las limitaciones y los posibles mejoramientos a los enfoques actuales. Para tal fin se ha recolectado información que va desde artículos sobre el desarrollo primario de la teoría, hasta el estado del arte actual del problema en cuestión.

I.2 Información necesaria

Méndez y Murillo [14] han presentado una forma detallada de los estudios necesarios para un proyecto de emisores submarinos de aguas residuales.

Las investigaciones oceánicas deberán realizarse por un período mínimo de 1 año, Postigliani et.al. [19] muestran técnicas efectivas y eficaces para la medición de; corrientes,

mareas, y oleaje. Asimismo presentan un buen tratamiento estadístico de los datos, y correlaciones entre velocidades de viento y corrientes superficiales.

En la Tabla 1.1 se indican los principales datos requeridos (mínimos).

Características de las Aguas Residuales

Densidad

Concentración de coliformes

pH

Temperatura

Nutrientes

Sólidos (en solución y suspensión)

Oxígeno disuelto

CO₂ , DBO₅ y DQO

• para condiciones extremas (valores máximos y mínimos)

Características de las Aguas Marinas

A) Físico químicas

Temperatura

Salinidad

Transparencia

Transmisibilidad de la luz

Nutrientes

pH

• para condiciones extremas (variación en la vertical)

B) Biológicos

Fitoplancton

Zooplancton

Peces

T_{90} (tiempo de desaparición del 90%
de las bacterias coliformes ini-
cialmente descargadas)

• Condiciones del
sistema ecológico

• Estaciones de In-
vierno y verano
• Valores diurnos y
nocturnos

C) Hidrodinámicas

Corrientes (correlación con vientos)

Mareas

Oleaje

Características de los depósitos bentales

Físico-químicas y biológicas

Características generales de las líneas opcionales pa-
ra colocar el emisor

- Estudios batimétricos
- Sismología
- Estabilidad de fondo oceánico

Otros

Datos meteorológicos (vientos, temperatura y humedad del aire)

Datos hidrológicos

Usos del litoral

Reglamentos sanitarios

TABLA I.1

I.3 Aspecto sanitario

Las descargas submarinas de las aguas residuales municipales afectan las condiciones de los ecosistemas existentes en el medio oceánico. La biota es afectada por cambios en; oxígeno disuelto, temperatura, salinidad, transparencia, pH, sólidos, elementos tóxicos y nutrientes. Algunos valores de control son especificados en la Tabla I.2, para la zona de mezclado inicial. Regularmente en diluciones iniciales mayores de 100 se cumplen las indicaciones en dicha ta
bla.

Oxígeno Disuelto	80% de la Conc. normal
Temperatura	cambio máximo debido a la mezcla 1°C
pH	cambio máximo debido a la mezcla de 0.5 unidades
Transmitancia de la luz	\geq 25 m de prof. \rightarrow decremento máximo de 50% $<$ 25 m de prof. \rightarrow decremento del 20%
Coliformes fecales	balnearios 1000/100 ml NMP (media -- máxima) zonas de captura de mariscos y moluscos 70/100 NMP (media máxima)

TABLA 1.2

La atención especial a los sólidos descargados es importante por su significado sanitario. Los sólidos sedimentables afectan la ecología bentónica, aunque estudios realizados (Orlob et al. [17]) muestran que en el caso de residuos líquidos municipales el impacto es mínimo. Los sólidos suspendidos y flotantes por su parte reducen la transparencia de las aguas receptoras, con efectos retardantes del crecimiento de ciertas especies, además de ocasionar problemas desde el punto de vista estético.

El control de nutrientes, común en las descargas en ríos y lagos, no ha sido necesario cuando se destinan al mar las aguas residuales municipales. Estudios de productividad marina han mostrado que entradas masivas de nutrientes sólo

han redundado en pequeños crecimientos de las poblaciones de algas. [referencias [23], [13] y [18]].

El parámetro sanitario más manejado a nivel de proyecto y operación de los emisores en todo el mundo, es la concentración de bacterias coliformes, esta especie puede ser patógena en el tracto urinario humano y causar infecciones en el aparato digestivo, por ingestión masiva.

La destrucción de bacterias y virus en el mar responde a diversas causas, a saber: características físico-químicas del agua, presencia de metales pesados, producción de antibióticos por la microflora, condiciones adversas por crecimientos de algas.

Mitchell [16] ha publicado un excelente artículo sobre los esquemas de destrucción de bacterias coliformes e inactivación de virus en el mar. Usó en sus experimentos el virus ϕ X-174 mostrando el importante papel que juega la microflora marina en contra de la capacidad de infección de este.

Cabe destacar que son escasos los estudios de sobrevivencia de microorganismos patógenos en el océano.

Las primeras normas sobre calidad bacteriológica en el mar fueron fijadas en el Estado de California en 10 NMP de coli

formas/ml* en la década de los 40, con base en observaciones de que para valores mayores había evidencia de sólidos de origen residual en las playas. Aspecto obviamente estético y particular para las condiciones de dicho estado. -- Posteriormente otros estados de la unión americana y países han fijado sus normas entre 100/100 ml y 2500/100 ml NMP de coliformes sin el suficiente apoyo en estudios epidemiológicos.

Indudablemente en la desaparición bacteriana se implica una compleja fenomenología (mortalidad simple, floculación, sedimentación, etc.), que se considera conjuntamente en una constante aparente de decaimiento K. Para una ecuación de mortalidad de primer orden:

$$C_t = C_0 e^{-Kt} \quad (1.1)$$

donde

C_T = concentración bacteriana en el tiempo t. (M/L³)

C_0 = concentración bacteriana en t=0. (M/L³).

K = constante aparente de decaimiento (T⁻¹)

Los valores de K para descargas; sin tratamiento han sido publicados entre 0.43 y 3.5 h⁻¹, y con tratamiento primario

* el 80% de tiempo en 20 muestras consecutivas.

entre 0.56 y 1.4 h^{-1} .

Regularmente a nivel de laboratorio y/o in situ se determina el valor T_{90} , tiempo para el cual 90% de la población bacteriana inicial ha decaído. Correlacionando T_{90} con K se obtiene:

$$K = \ln 10 / T_{90} \quad (1.2)$$

Un listado de valores de T_{90} en diferentes descargas submarinas en el mundo es presentado por Gunnerson [11], verificándose, $0.65 \text{ horas} \leq T_{90} \leq 9.6 \text{ horas}$.

Si en 1:1 se divide por C_t , el decaimiento bacteriano puede manejarse como un factor de disminución, esto es:

$$\frac{C_0}{C_t} = e^{Kt} = \exp \left\{ \left(\frac{\ln 10}{T_{90}} \right) t \right\} \quad (1.3)$$

Posteriormente se mostrará como aplicar esta expresión a un caso práctico, conjuntamente con la dilución inicial (cap. II) y la dilución por dispersión horizontal (cap. III).

I.4 Aspecto hidráulico

Los primeros emisores submarinos construidos descargaban en su extremo profundo, ocasionando: una mezcla inicial pobre,

violación de las normas de conteo de coliformes establecidas, problemas de olores en la zona de dilución inicial y evidencia de aguas negras en las playas. Esto motivó que al final de la línea emisora se proyectaran y construyeran difusores (en realidad son tramos para distribución de caudal) o distribuidores de flujo, en un campo lo suficientemente amplio para la dilución.

En cuanto al diseño hidráulico del conducto desde la línea costera hasta el comienzo del distribuidor, regularmente se proyectan para velocidades entre 0.60 y 0.90 m/s, para evitar excesivas pérdidas de carga y problemas de depósito de azolves en el caso de efluentes sin tratamiento.

Rawn, Bowerman y Brooks [20] muestran un ejemplo excelente de cálculo de distribuidor de flujo, tomando en cuenta la pendiente de fondo y las condiciones extremas de variación de caudales de aguas residuales. En figura 1.1 se presenta un esquema del emisor de 90" de diámetro construido por Los Angeles County Sanitation Districts en 1956, notándose un detalle del difusor o distribuidor, con orificios de 6 1/2" y 7 1/2" (16.51 cm - 19.05 cm), la tendencia actual es de disminuir el diámetro hasta valores tan pequeños como 5 cm (Storrs et.al. [23]). Postiglioni et.al. [19] han usado $D=8$ cm para fines de anteproyecto. Lógicamente el decremento del diámetro de las salidas implica un incremento en el momentum inicial del chorro y por ende mayor dilución.

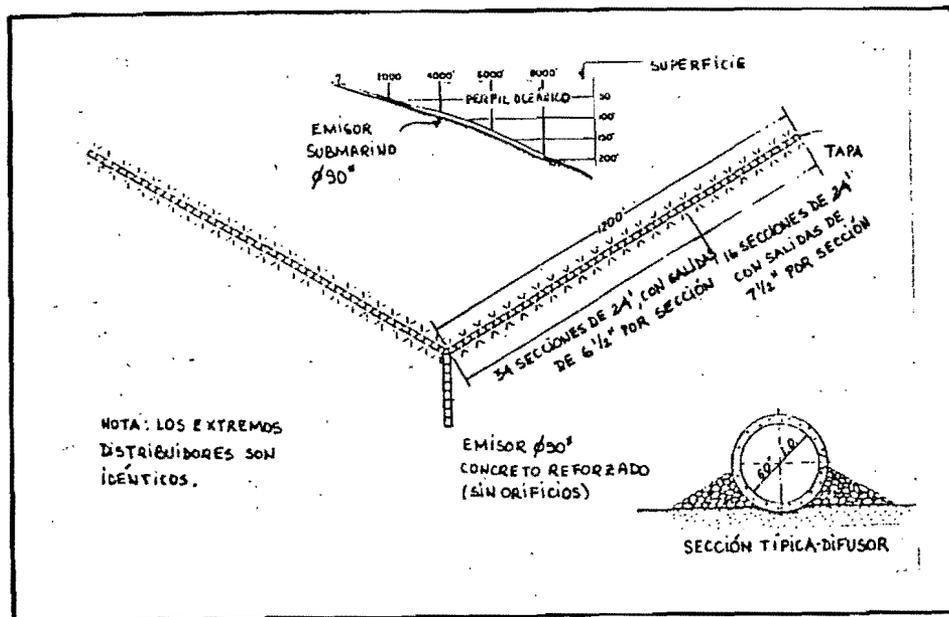


FIGURA 1.1. Esquema del emisor de 90" de diámetro de los Angeles County Sanitation Districts. ref |20|

El caudal por metro de distribuidor es un valor de inicio - en el proceso de diseño de emisores, Postiglioni et.al. [19] usaron $q_0 = 5.2$ L/S/M del caudal medio futuro. Metcalf et. al. [15] recomiendan $q_0 = 10$ L/S/M, en todo caso esta elección será a criterio del proyectista, debiendo cumplir con las condiciones requeridas de una buena dilución inicial.

Un aspecto de total importancia es el espaciamiento de los orificios, por dos razones obvias; a) no interferencia de

las columnas de mezclado ascendentes y b) no distorsión del flujo en orificios adyacentes. Muchos proyectos se han realizado con valores comprendidos entre 2.5 y 6 metros, -- una forma racional para fijar espaciamentos, que implicaría tanteos, sería estimar la longitud L (ver figura 2.1) a partir del número de Froude (F) y la relación Y_{\max}/D , figura 1.2 (tomada de Metcalf et.al. [15]), entonces $e=L/6$ para orificios alternos (e = espaciamiento).

Cabe destacar que los orificios deberán funcionar completamente llenos, Rawn et.al. [20] han reafirmado el criterio de Rouse de que el número de Froude será para tal fin mayor o igual a 0.59. Postiglioni et.al. [19] han aplicado un criterio más realista para el buen comportamiento de los orificios (circulares y acampanados), este es:

$$0.7 \left(\frac{Y_{\max}}{D \cdot F} \right) \geq 8 \quad (1.4)*$$

Finalmente se observa que las mejores distribuciones de flujo se obtienen cuando la sumatoria de las áreas de los orificios tiende a ser la mitad del área del emisor, a saber;

$$\sum_{i=1}^n D_i^2 + \frac{1}{2} D_e^2 \quad (1.5)$$

* Convenientemente escrita por el autor para un coeficiente de contracción de 0.62.

donde

D_i = diámetro del orificio i -ésimo

D_e = diámetro del emisor

n = número de orificios

En el emisor mostrado en la figura 1.1, el área de los orificios es el 63% del área de dicho conducto.

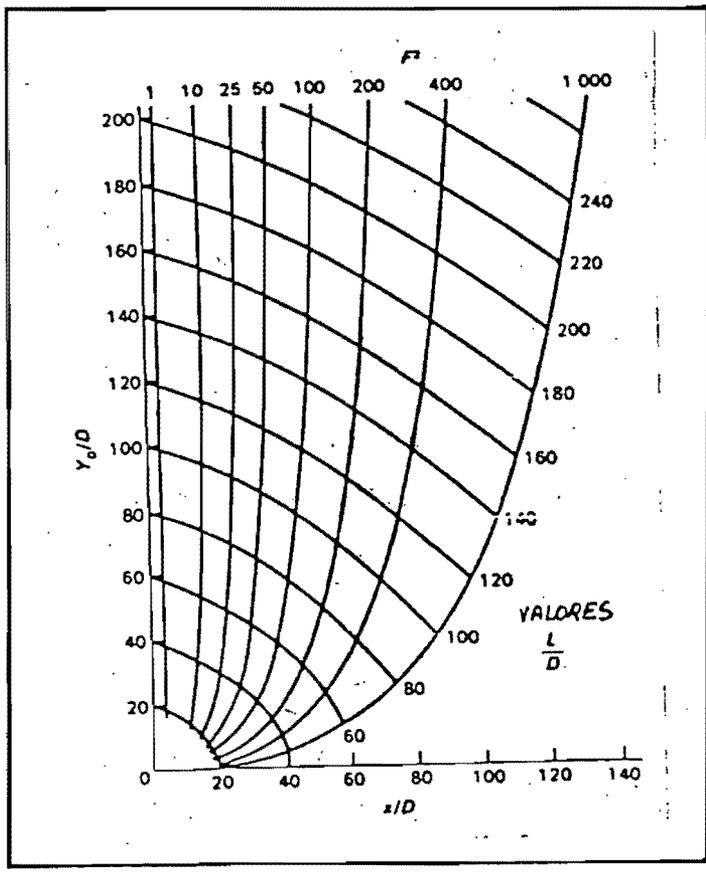


FIGURA 1.2. Gráfica para estimar el valor L/D a partir del número de Froude al cuadrado y la relación Y_0/D . ref [20]

CAPITULO II. ANALISIS CRITICO DE LOS METODOS MAS USUALES EN LA DETERMINACION DE LA DILUCION INICIAL

Al descargar aguas residuales tratadas o no, al medio marino por medio de difusores (tuberías con orificios), se lleva a cabo un fenómeno que implica la mezcla y dispersión de un fluido en otro.

La energía inicial de los chorros efluentes, a saber: potencial, en virtud a la diferencia de densidades y cinética, por la velocidad misma de estos, es disipada en mezclado turbulento. Entonces el flujo de aguas descargadas se ha diluido, este es el proceso comunmente conocido como dilución inicial.

La dilución inicial es la contribución más importante* en -

* comparada con la dilución por transporte y dispersión -- (capítulo III).

la disminución de las concentraciones de contaminantes en los puntos de interés, por lo que debe ser un aspecto de especial cuidado en el proyecto y construcción de un emisor submarino. A continuación se presentan los métodos tradicionalmente más usados en su determinación para: a) facilitar su entendimiento y aplicación, y b) críticamente analizar sus limitaciones en la utilización práctica.

II.1 Dilución inicial en medio no estratificado

El enfoque propuesto por Rawn et.al. [20] ha sido uno de los más utilizados para el caso de que no exista una estratificación de densidad, que impida la ascensión de la columna de mezcla entre aguas residuales y agua salada.

La fuerza de flotación ejercida sobre el residuo líquido va disminuyendo a medida que se produce el mezclado, aquí juegan un papel importante las fuerzas cortantes en los límites de la zona de mezcla, originadas por el movimiento de ascenso.

Como puede notarse es un fenómeno en el cual está involucrada la fuerza de gravedad, de difícil análisis físico-matemático ya que el momentum no es constante.

Si se define la dilución como la relación del volumen total

de la mezcla de aguas residuales-agua de mar a el volumen inicial de aguas residuales, esto es;

$$S = 1/P \quad (2.1)$$

donde

P = fracción de aguas residuales en la muestra

Entonces puede plantearse un análisis dimensional para chorros sometidos al efecto de flotación en un medio de densidad uniforme.

Sumadas a S se definen, 5 variables de interés básico, a saber;

Y_0 = profundidad total desde el centro del chorro inicial a la superficie libre del medio receptor (L)

D = diámetro inicial del chorro (L)

V = velocidad nominal del chorro $(\frac{4Q}{\pi D^2})$ (L/T); donde Q = caudal descargado

g' = aceleración aparente debida a la fuerza de gravedad (L/T²)

ν = viscosidad cinemática de las aguas residuales (L²/T) (la diferencia de viscosidades entre el agua salada y las aguas residuales domésticas es insignificante).

Para este caso, g' puede calcularse, como;

$$g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho_d} \tag{2.2}$$

donde

ρ_d = densidad específica del desecho

$\Delta\rho$ = diferencia de densidades específicas de el agua de mar y el residuo líquido

g = aceleración debida a la gravedad (9.81 m/s^2)

En la figura 2.1 se muestra esquemáticamente el caso de estudio, donde se desea conocer la dilución media mínima (S_0) en el centro de la pluma ascendente.

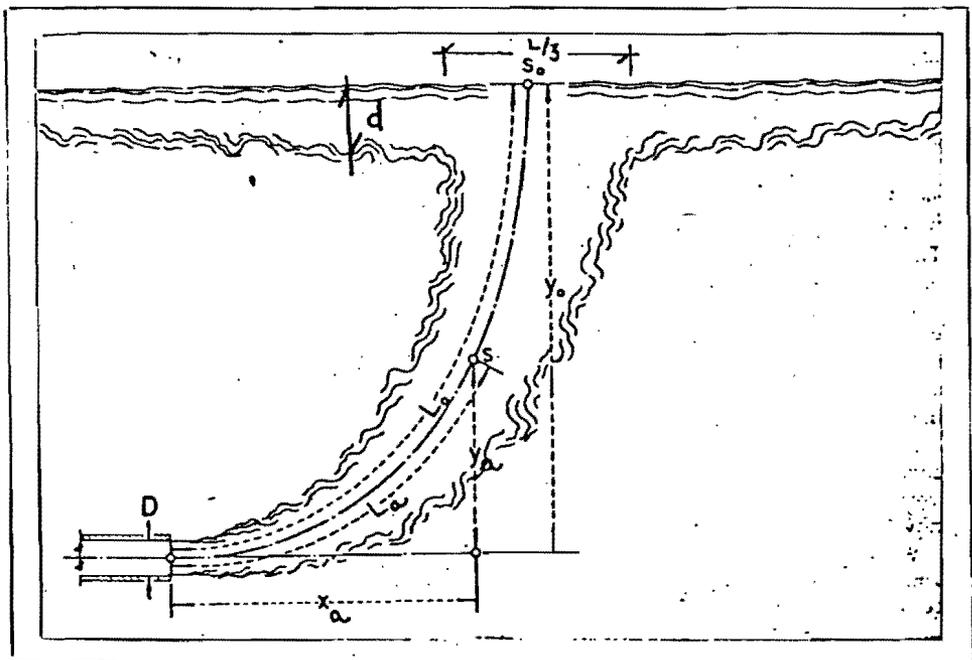


FIGURA 2.1. Esquema de un conducto descargando aguas residuales al medio marino

Considerando 6 variables con sólo dos unidades fundamentales (tiempo-espacio), el teorema de Buckingham ó teorema de los números π , sugiere 4 números adimensionales independientes a ser formados con dichas variables.

Si se eligen 4 números representativos del fenómeno, de la siguiente manera:

S_o (número de dilución ó dilución)

Y_o/D (número geométrico)

$$F = \frac{V}{\sqrt{g'D}} \quad (\text{número de Froude}) \quad (2.3)$$

y $R_c = \frac{VD}{\nu} \quad (\text{número de Reynolds}) \quad (2.4)$

Se puede conseguir una expresión, tal que;

$$S_o = f(Y_o/D, F, Re) \quad (2.5)$$

Rawn y Palmer realizaron 388 mediciones en el laboratorio - variando diferentes parámetros del modelo, una de sus conclusiones de interés fue que para números de Reynolds entre 5000 y 40000 se puede considerar como poco error, S_o como - función del número geométrico y el número de Froude, ó sea;

$$S_o = f(Y_o/D, F) \quad (2.6)$$

En las salidas de los difusores actualmente en operación, se tiene: $10^5 \leq Re \leq 10^6$, por lo tanto el uso de los resultados de estos investigadores implica una extensión de los mismos para valores de $Re > 4 \times 10^4$.

Ajustando gráficamente curvas a los datos ya mencionados -- Rawn, Bowenman y Brooks [20] obtuvieron lo presentado en la figura 2.2, facilitando el cálculo de diluciones mínimas conociendo el número de Froude y la relación Y_o/D .

En la figura 2.3 se muestran unas curvas de Y_o/D contra S_o para números de Froude, la cual ha sido derivada de la figura 2.2.

Asimismo, para facilidad en el diseño se presenta la figura 2.4, donde (para un ejemplo) se plantean 4 líneas radiales para aumentar las diluciones, combinando: número de difusores, profundidades, velocidades y gastos de descarga.

II.2 Dilución inicial en medio estratificado

La uniformidad de parámetros como la temperatura y la salinidad en el punto de descarga, obviamente se presenta en un sistema con buena mezcla.

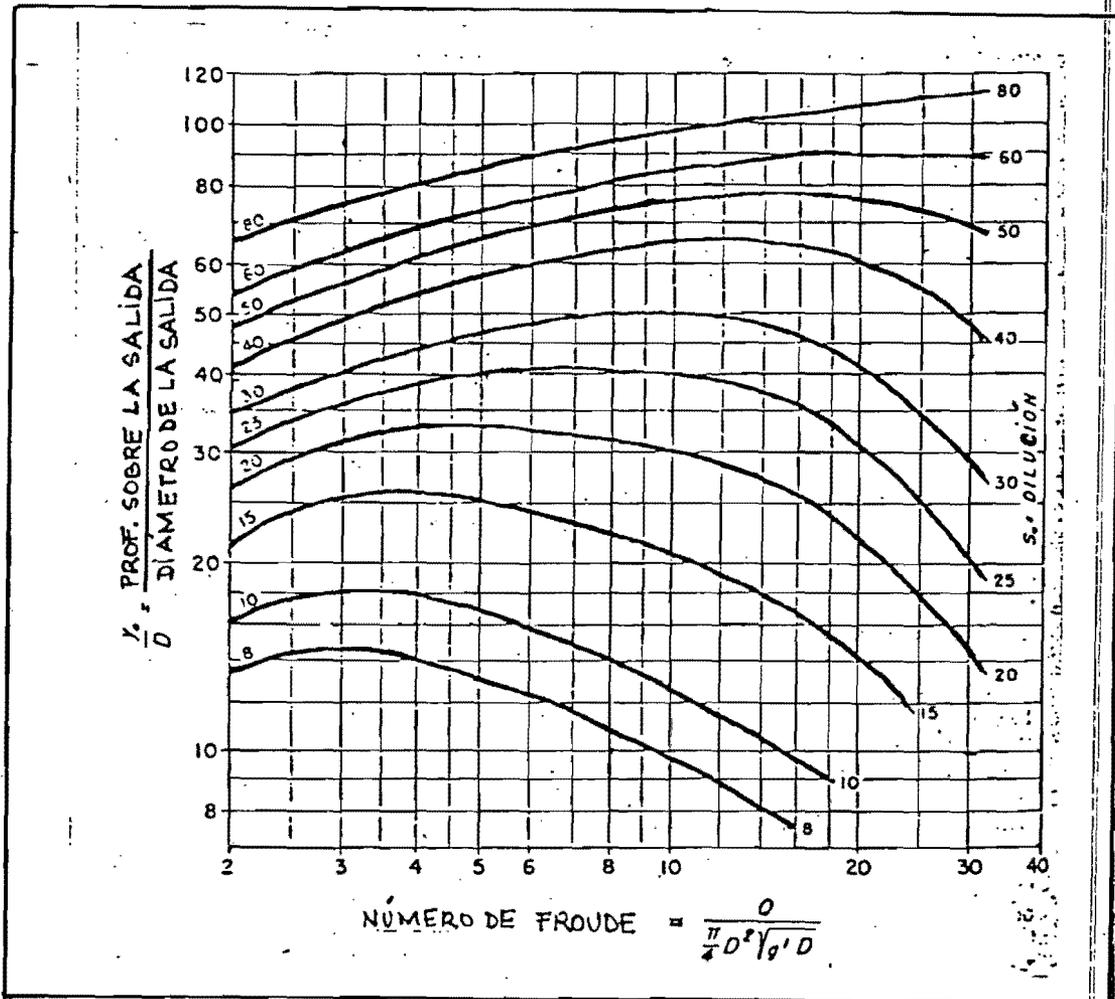


FIGURA 2.2. Gráfica para estimar la dilución inicial mínima en medio sin corrientes, por Rawn, Browerman y Brooks [20]

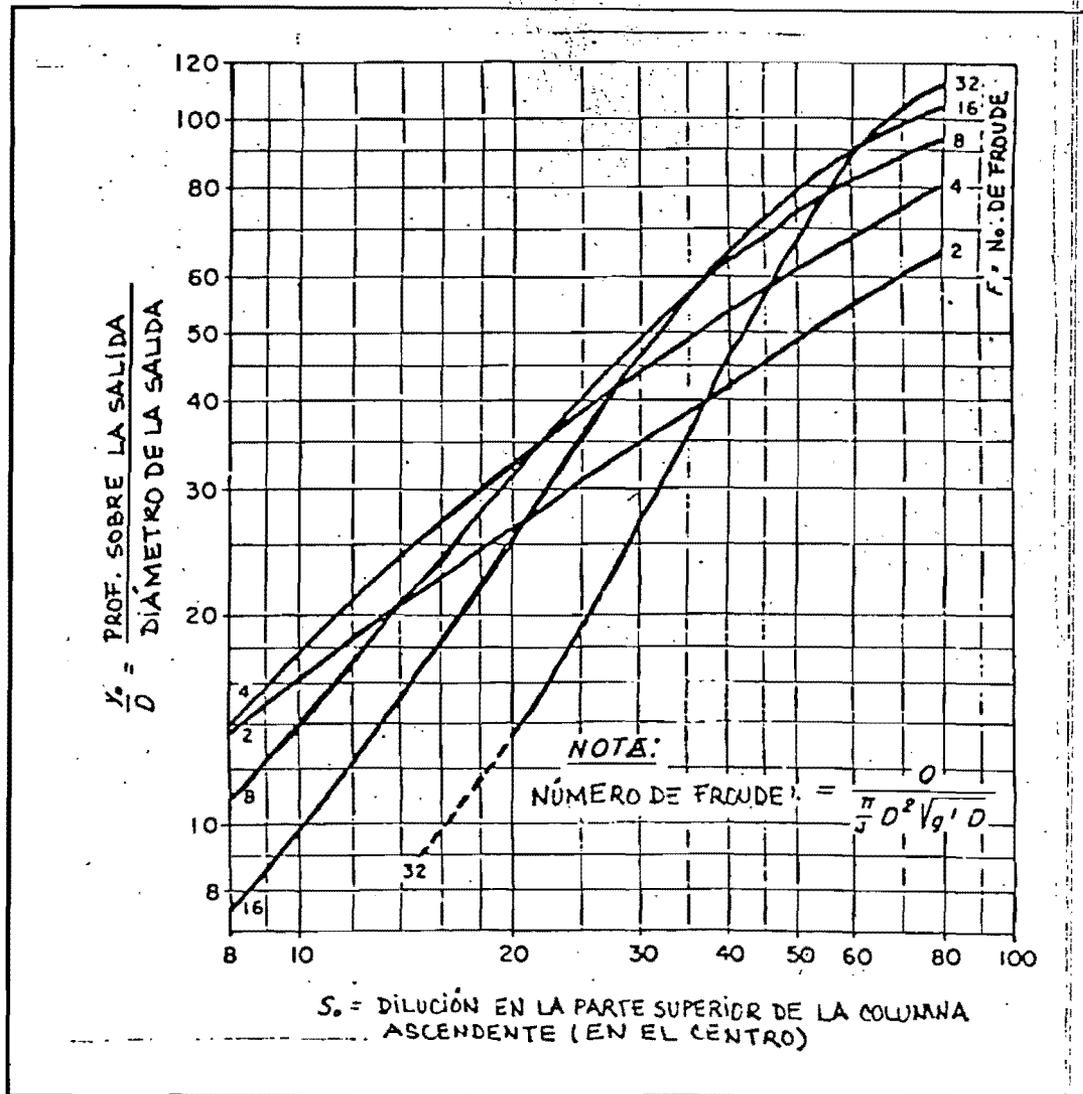


FIGURA 2.3. Curvas y_0/D versus S_0 , para diferentes números de Froude. ref [9]

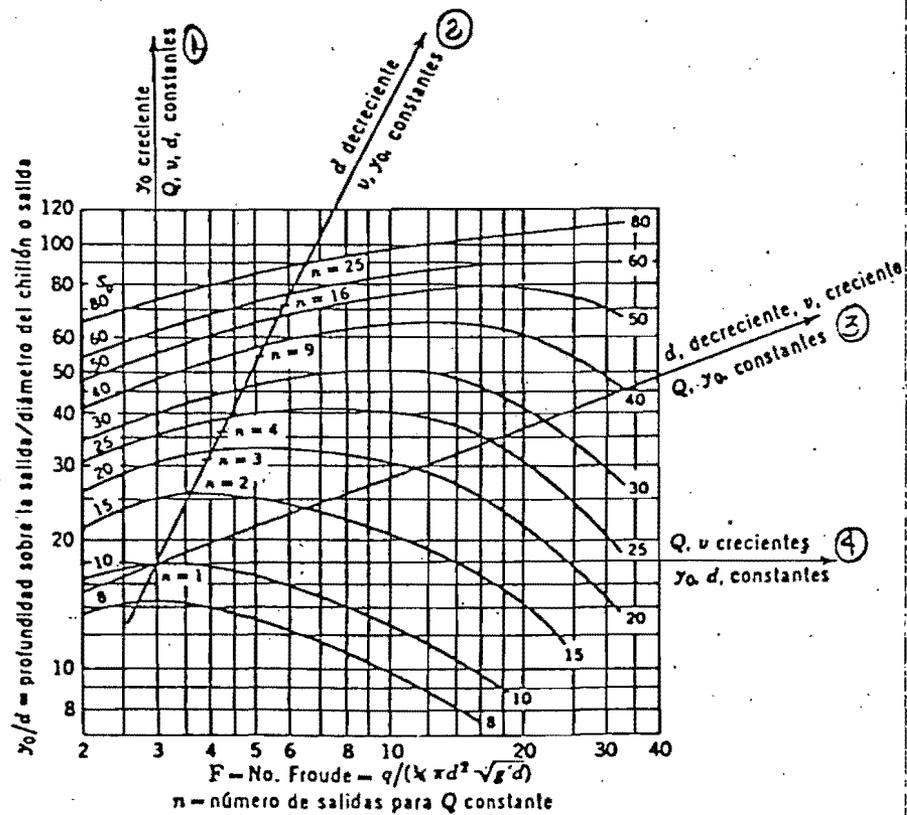


FIGURA 2.4. Las opciones propuestas para aumentar la dilución inicial son representadas por 4 líneas radiales. Las líneas 3 y 4 implican un aumento de la pérdida de carga disponible y la línea 1 un incremento en la profundidad sobre la descarga, lógicamente esto se conseguiría con un aumento de la magnitud de emisor para perfiles típicos de fondo oceánico. Sobre la línea 2 se muestran los valores n (número de orificios), los cuales al incrementarse producen el efecto deseado, esta es la opción que casi siempre será la más factible. (Tomada de referencia [9] y [20]).

Ocasionalmente en verano y otoño pueden ocurrir estratificaciones por el acomodo de una capa de agua caliente sobre -- una capa de agua fría. Rawn et.al. [20] han planteado como primer acercamiento al análisis del problema que si;

$$\frac{(\mathcal{S} - 1) \rho_F + \rho_d}{\mathcal{S}} > \rho_c \quad (2.7)$$

la pluma ascendente permanecerá sumergida.

donde

\mathcal{S} = dilución mínima en la parte superior de la columna sumergida (ver figura 2.5)

ρ_F = densidad de la capa fría

ρ_c = densidad de la capa caliente

ρ_d = densidad de las aguas residuales

Usando el gráfico de la figura 2.2 y la inecuación 2.7, conjuntamente con los datos de densidades medidas in situ, puede determinarse la profundidad de sumersión de la zona de mezcla inicial.

Storrs y Feuerstein [23], acertadamente observaron que al dispersar el chorro de aguas residuales en agua salada, se va incrementando la densidad del campo mezclado hasta que la energía potencial del mismo es insuficiente para que el efecto de flotación provoque ascensión adicional.

En la figura 2.5, se muestra lo descrito en el párrafo anterior.

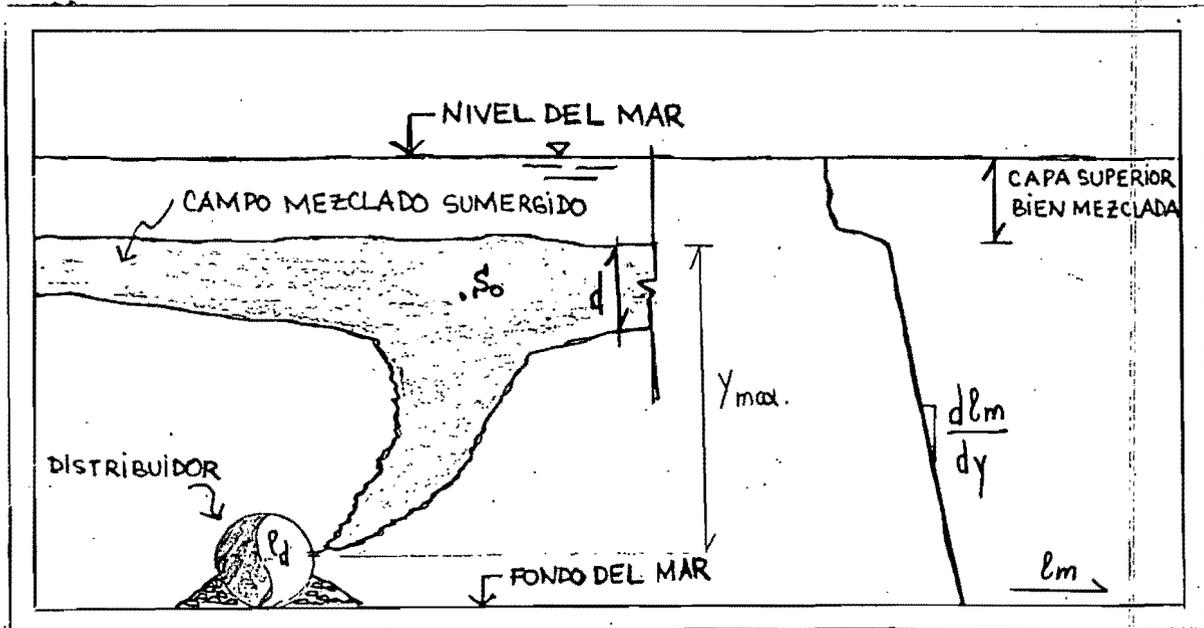


FIGURA 2.5. CAMPO MEZCLADO SUMERGIDO
(Vista lateral)

donde

Y_{max} = altura máxima del campo sobre el difusor

ρ_M = densidad del agua de mar

ρ_d = densidad del residuo líquido

$\frac{d\rho_m}{dy}$ = gradiente de densidad

\bar{d} = espesor del campo mezclado

Según Storrs y Feuerstein [23], si se define q_0 , como la --
descarga de aguas residuales por metro lineal de difusor, --

entonces:

$$Y_{\max} = \left| \frac{610 q_o (\rho_M - \rho_d)}{\sqrt{g} \left| \frac{d\rho_M}{dy} \right|^{3/2}} \right|^{1/3} \quad (2.8)$$

para el sistema MKS

$$S_o = \frac{0.41 g^{1/6} (\rho_M - \rho_d)^{2/3}}{q_o^{1/3} \left| \frac{d\rho_m}{dy} \right|^{1/2}} \quad (2.9)$$

La consistencia dimensional de las ecuaciones 2.8 y 2.9 ha sido comprobada por el autor.

Hasta este nivel del análisis para ambos casos se tiene un procedimiento para estimar la dilución mínima (en el centro de la pluma). Cabe destacar que si las corrientes de arrastre de la parte superior de la mezcla son fuertes, la dilución será mayor que la calculada.

- Si
- Q = caudal de aguas residuales descargado
 - d = espesor* del campo mezclado, para una velocidad de corriente v (uniforme), ver figura 2.5
 - b = ancho inicial del campo (ver figura 3.6)

* Estimable en base a observaciones. en caso de ausencia de datos se puede considerar igual a un valor entre 1/3 y 1/4 de la profundidad en el punto de descarga.

y S_a = dilución promedio del campo, sometido a corriente de velocidad uniforme v , transversal a la línea eje del difusor.

Entonces:

$$S_a = \frac{v b d}{Q} \quad (2.10)$$

Si $S_a > S_o$, se considera S_a como la dilución efectiva. En cambio si $S_o > S_a$, la corriente es débil y el agua de renovación es insuficiente para producir una dilución de la magnitud S_o , la real* será menor que este valor.

II.3 Limitaciones de los enfoques tradicionales

Un serio inconveniente de las metodologías usadas por Storrs et.al. [23] y Rawn et.al. [20], es la consideración del medio en condiciones tranquilas, cuando en realidad una distribución de velocidades en la vertical afecta sensiblemente la forma de la pluma ascendente, por tanto su altura y las diluciones alcanzables.

Postiglioni et.al. [19] han aplicado el método de Roberts (anteproyecto de un emisor submarino en la ciudad de Mar de Plata), el cual considera que el medio receptor se mueve con velocidad uniforme, lógicamente es un acercamiento a --

* usualmente para fines de prediseño se usa el menor valor

las condiciones reales, pero sólo un modelo que tomara en cuenta el perfil de velocidades actuante para determinada situación, sería racionalmente insuperable.

La investigación debe orientarse hacia la modelización a escala para considerar los factores señalados en los dos párrafos anteriores.

CAPITULO III. REVISION DEL PROBLEMA MATEMATICO DEL TRANSPORTE DE CONTAMINANTES EN EL MAR

Posteriormente a la dilución inicial, analizada en el capítulo anterior, se lleva a cabo el transporte de las aguas negras mezcladas en el medio marino, fenómeno en el cual son factores importantes la difusión turbulenta y la advección, verificándose un aumento en la dilución total del efluente vertido.

Aunque como bien señalan Postiglioni et.al. [19], la dilución inicial es el punto de mayor importancia para un proyecto de emisor submarino de aguas residuales, con exitosa operación luego de su ejecución, no menos cierto es, que la predicción del transporte de contaminantes en el océano es la herramienta más útil en la determinación de la longitud de la tubería emisora, así como en la estimación de las concentraciones más críticas (máxima corriente hacia el punto-

de interés y descarga máxima del desecho líquido). Para -- tal fin se debe poseer un modelo matemático de distribución espacial y temporal de la concentración de la sustancia con taminante en cuestión.

El planteamiento realizado por Brooks [3] en 1960, es el -- más utilizado en la actualidad, muchas veces sin conocer a fondo las bases teóricas sobre las cuales se elaboró el modelo y las técnicas matemáticas empleadas, lógicamente esta es una limitación para el proyectista, y sólo un desglose -- de este análisis puede arrojar luz sobre las posibilidades de mejoramiento del modelo.

En este capítulo se enfoca el procedimiento de Brooks desde un punto de vista aclarante y crítico, que definitivamente será útil para futuras modificaciones más realistas del mis mo.

III.1 La transformada de Laplace y su relación con la difu sión

A fines del siglo XIX Heaviside usó reglas operacionales pa -- ra resolver algunas ecuaciones de electromagnetismo, ini -- ciándose así lo que se conoció como cálculo operacional, -- posteriormente enriquecido con los aportes de Carson, Brom -- wick y Van der Pol entre otros, quienes emplearon teoría de

variable compleja.

Si se tiene una función $F(t)$ su transformada de Laplace $f(s)$ se define de la siguiente forma;

$$\delta\{F(t)\} = f(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} F(t) dt \quad (3.1)$$

donde

δ = operador transformada de Laplace

s = número real ó complejo

$\delta\{F(t)\}$ existe cuando la integral presentada en la ecuación anterior, converge.

A partir de la definición se pueden construir tablas para funciones $F(t)$ y sus respectivas transformadas de Laplace, Spiegel^[21] ha presentado en forma tabular más de 140 funciones y sus transformadas, para cuya elaboración usó métodos diversos (uso de definición, desarrollo por series, ecuaciones diferenciales, derivación con respecto a un parámetro - inversión compleja).

Entre las propiedades más importantes de la transformada de Laplace están; linealidad, traslación y cambio de escala. Dichas propiedades aunadas a los teoremas relativos a las derivadas, integrales y factores t^n , facilitan las transformaciones.

Hasta el momento sólo se esbozan algunos aspectos matemáticos de la transformada de Laplace, ya que no es objeto de este trabajo la profundización sobre esta herramienta analítica, sino su aplicabilidad al caso de estudio, siguiendo esta idea se introducirá el concepto de la transformada inversa de Laplace.

Si $f(s)$ es la transformada de Laplace de $F(t)$, de tal suerte que $\delta\{F(t)\} = f(s)$, entonces $F(t)$ se conoce como transformada inversa de Laplace de $f(s)$

$$F(t) = \delta^{-1}\{f(s)\} \quad (3.2)$$

δ^{-1} = operador transformada inversa.

Para los fines de aplicación se aceptará el teorema de la Unicidad de la transformada inversa (teorema de Lerch), y lógicamente se usarán las propiedades de la misma, parecidas en enunciados a aquellas anteriormente citadas para las transformadas, sumadas a la importante propiedad de convolución.

Los métodos empleados para calcular la transformada inversa de Laplace son muy diversos, entre éstos; fracciones parciales, método de las series, método de las ecuaciones diferenciales, derivación respecto a un parámetro, y uso de inver-

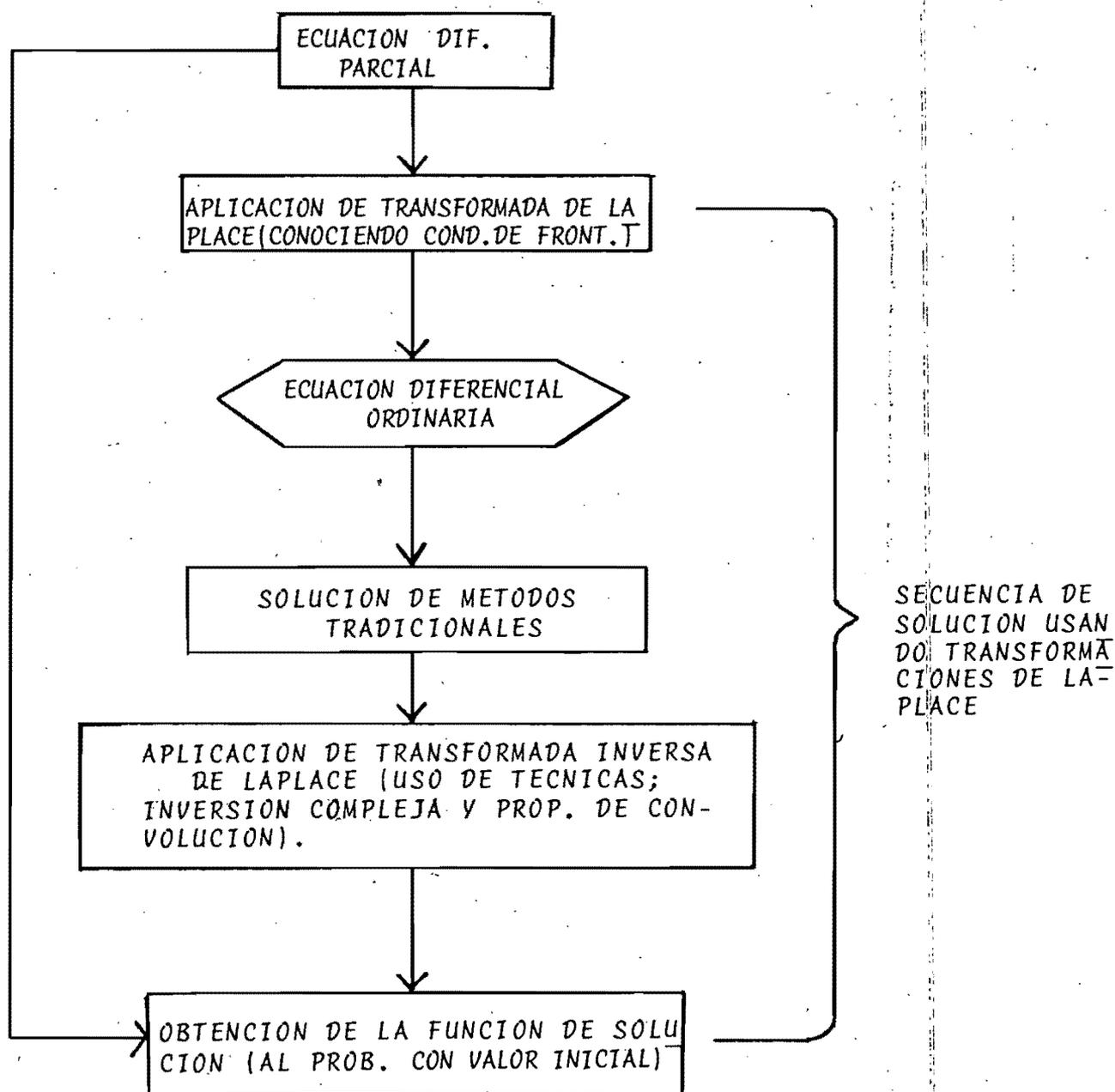


FIGURA 3.1. Secuencia de solución de ecuaciones diferenciales parciales con valores iniciales, usando transformadas de Laplace

III.2 Leyes de Difusión

En un medio determinado el transporte de una sustancia puede efectuarse en dos formas básicas, a saber por advección-

(asociado al mov. macroscópico del medio) y por dispersión.

En el transporte dispersivo se produce la migración de la sustancia por la existencia de gradientes de concentración en el medio o fase dispersante, este es el fenómeno mejor conocido como difusión, y es descrito empíricamente por las leyes de Fick.

En el caso de descargas de aguas residuales domésticas al mar, la difusión es importante por tanto el conocimiento de las leyes de Fick es indispensable para el planteo de modelos más cercanos a la realidad.

1ra. Ley de Fick

La tasa de transporte de masa (por difusión) a través de un elemento unitario de área es proporcional al gradiente de concentración de la sustancia difusa, ó sea:

$$T_{T_X} = - D_m \frac{\partial C}{\partial x} \quad (3.3)$$

donde

T_{T_X} = tasa de transporte de masa en la dirección X

$\frac{\partial C}{\partial x}$ = gradiente de concentración de la fase difusa

D_m = coeficiente de difusión molecular

2da. Ley de Fick

Para condiciones de flujo laminar, la variación de la concentración de una sustancia con respecto al tiempo debida al proceso de difusión es igual a la derivada del gradiente de concentración de la fase dispersa por el coeficiente de difusión molecular.

A partir de la primera ley y considerando flujo unidireccional en un elemento diferencial (fig 3.2), se puede deducir la segunda ley.

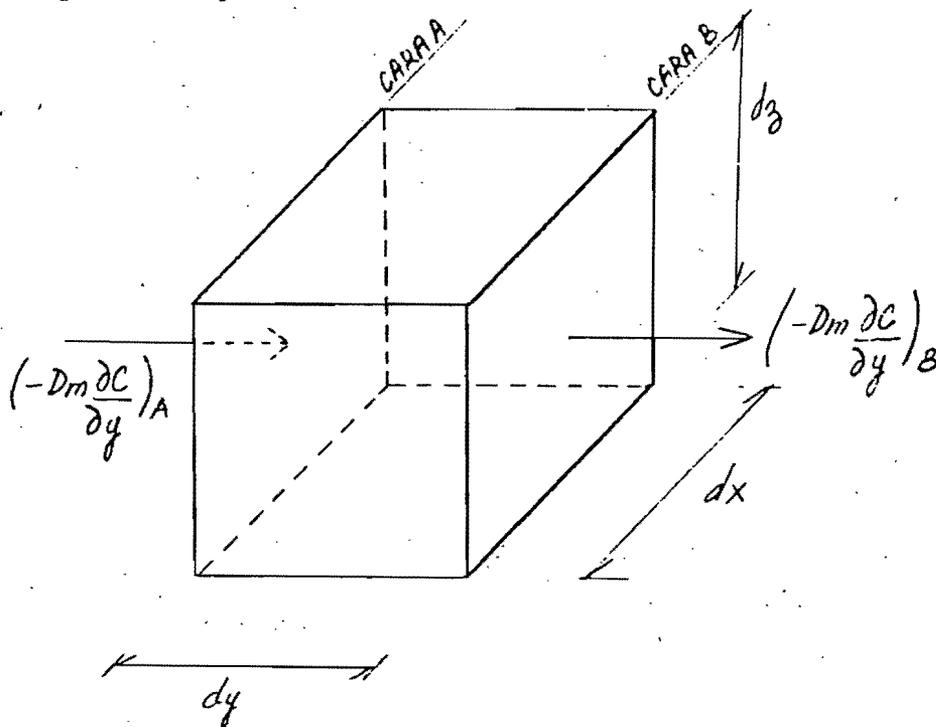


FIGURA 3.2. Croquis del elemento de análisis

De un balance de masa en el elemento (figura 3.2);

$$\frac{1}{dA} \frac{\partial m}{\partial t} = (-D_m \frac{\partial C}{\partial y})_A - (-D_m \frac{\partial C}{\partial y})_B \quad (3.4)$$

donde

dA = diferencial de área

m = masa

la relación de gradientes en los planos A y B es:

$$(-D_m \frac{\partial C}{\partial y})_B = (-D_m \frac{\partial C}{\partial y})_A + \left| -D_m \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right) dx \right| \quad (3.5)$$

Sustituyendo 3.5 en 3.4, y dividiendo ambos lados por dy , se obtiene:

$$\frac{1}{dA} \cdot \frac{1}{dy} \frac{\partial m}{\partial t} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (3.6)$$

luego $\frac{\partial C}{\partial t} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$ (2da Ley de Fick, en una dimensión) (3.7)

fácilmente generalizable a tres dimensiones:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_m \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad (3.8)$$

Considerando un coeficiente de difusión molecular igual en todas direcciones.

En el caso de difusión turbulenta (en régimen de flujo tur-

bulento), se verifica un aumento considerable de las velocidades de transporte de tal suerte que en la ecuación 3.8 debe agregarse a D_m el valor del coeficiente de difusión por torbellino ϵ (ec.3.9) el cual en flujo altamente turbulento es en varias veces mayor que D_m . Consideraciones más detalladas sobre el valor de ϵ serán dadas en el punto III.4 de este capítulo.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = (D_m + \epsilon) \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (3.9)$$

La difusión turbulenta se produce en descargas de residuos-
líquidos al mar, producto de dos factores, a saber: a) --
turbulencia de los chorros de descarga y b) turbulencia --
natural del medio oceánico.

III.3 La función error

Esta función es de gran importancia tanto en el problema de difusión molecular como turbulenta, ya que al aplicar el --
procedimiento resumido en la figura 3.1 a la ecuación de --
transporte de una sustancia (considerando la difusión), se --
obtiene una solución en términos de la misma.

Si consideramos la variable t , la función error $Fer(t)$, se define como:

$$\text{Fer}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-v^2} dv \quad (3.10)$$

Como puede verificarse $\text{Fer}(t) = 0$ cuando $t = 0$, y $\text{Fer}(t) = 1$ cuando $t \rightarrow \infty$, para valores negativos de t , se comprueba que $\text{Fer}(-t) = -\text{Fer}(t)$, en la figura 3.2 se muestra la representación gráfica de la función error, en el apéndice C-1 ver-
 tabla, donde $x = t$, para $0 \leq x \leq 2$ variando x en valores de 0.01.

En la expresión 3.10 el valor de la integral puede bien cal
 cularse con base en una serie de Maclaurin, así:

$$\text{Fer}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n+1}}{n! (2n+1)} \quad (3.11)$$

Aunque las tablas del apéndice C-1 son muy fáciles de usar, muchas veces es necesaria una expresión racional aproxima-
 da, este es el caso de modelos computarizados, para tal oca-
 sión una de las formas más recomendables es la siguiente:

$$\text{Fer}(t) = 1 - (a_1 z + a_2 z^2 + a_4 z^3 + a_4 z^4 + a_5 z^5) e^{-t^2} + h(t) \quad (3.12)$$

donde

$$z = \frac{1}{1 + pt}$$

$$h(t) \leq 1.5 \times 10^{-7}$$

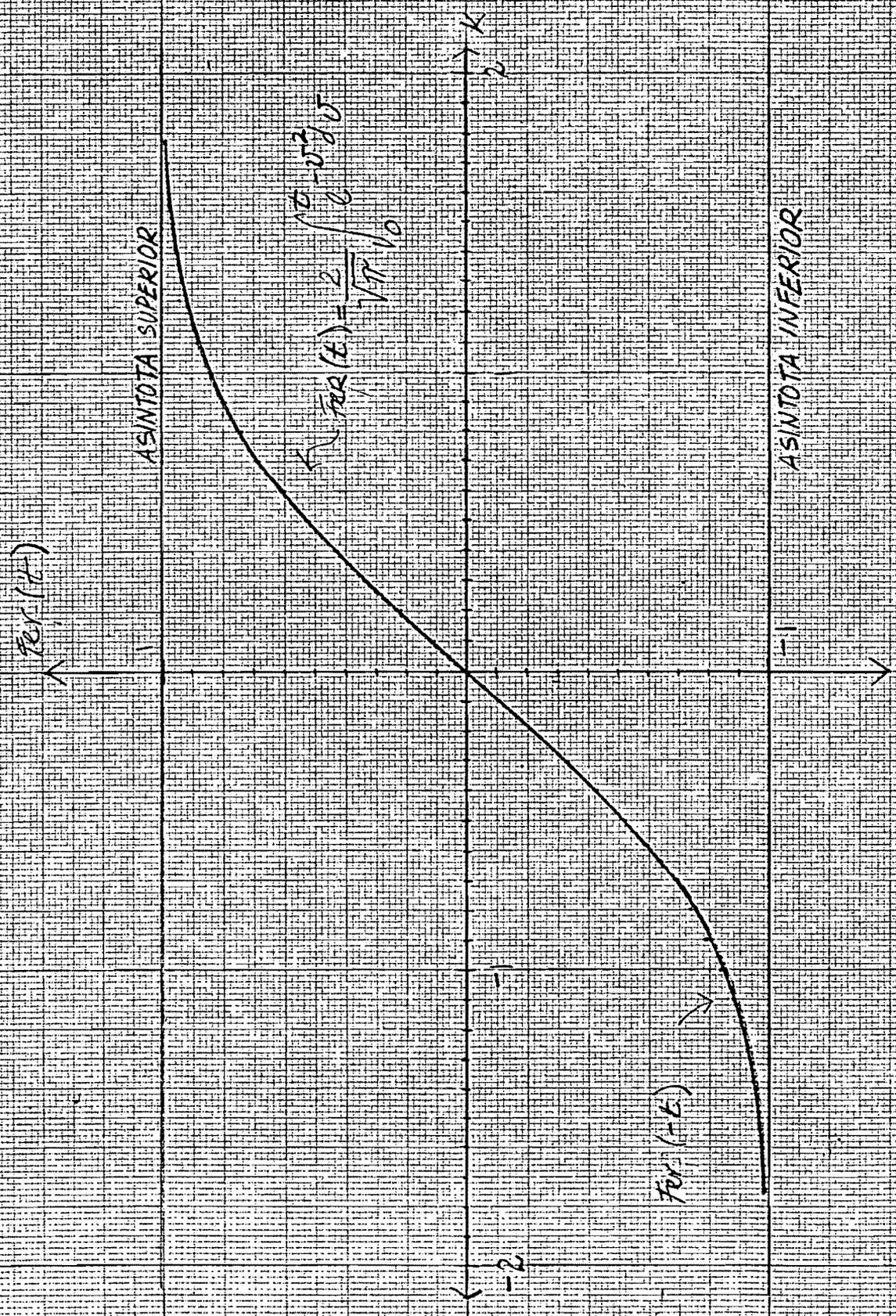


FIGURA 3.3. GRAFICA DE LA FUNCION ERROR, MOSTRANDO LA REPRESENTACION DE $F_{err}(t)$ (EN EL PRIMER CUADRANTE) Y LA FUNCION $F_{err}(-t)$ (EN EL TERCER CUADRANTE).

$$p = 0.3275911$$

$$a_1 = 0.254829592$$

$$a_2 = -0.284496736$$

$$a_3 = 1.421413741$$

$$a_4 = -1.453152027$$

$$a_5 = 1.061405429$$

El conocimiento de esta función es indispensable para el manejo de modelos de difusión tanto en el medio marino como en medios porosos, ambos casos de interés en Ingeniería Ambiental.

III.4 Planteo y solución de la ecuación diferencial del fenómeno de difusión turbulenta en aguas marinas.

Como se analizó en el capítulo II, en las descargas de aguas residuales por medio de difusores, los chorros poseen, energía cinética (debida a la velocidad de salida) y energía potencial (por la diferencia de densidades entre el desecho líquido y las aguas receptoras), la cual se disipa en el mezclado turbulento inicial, posteriormente el régimen de mezclado se mantiene en turbulencia debido al patrón de flujo oceánico.

El modelo de Brooks [3] [1959] es precisamente para el caso de transporte de contaminantes, posterior a la dilución inicial, y el mismo ha servido de herramienta analítica, que - enriquecida con valores paramétricos determinados in situ, - ha facilitado la elección de la longitud del emisor.

Si en la ecuación 3.3 cambiamos el valor de D_m (coeficiente de difusión molecular), para considerar difusión turbulenta, por ϵ (coeficiente de difusión turbulenta) y considerando $\epsilon \gg D_m$, entonces:

$$T_{T_X} = - \epsilon \frac{\partial C}{\partial x} \quad (3.13)$$

La ecuación 3.13, expresa la primera ley de Fick para condiciones de difusión turbulenta.

A este nivel una observación importante es, que a diferencia de D_m , ϵ es variable. Brooks [3] ha propuesto con base - en los estudios de Pearson (1956) y Stommel (1949), una ley de variación para ϵ , en la cual si L es la escala en el sistema cegesimal, resulta:

$$\epsilon = a \cdot L^{4/3} \quad (3.14)$$

donde

$a = 0.01$ para el sistema c.g.s.

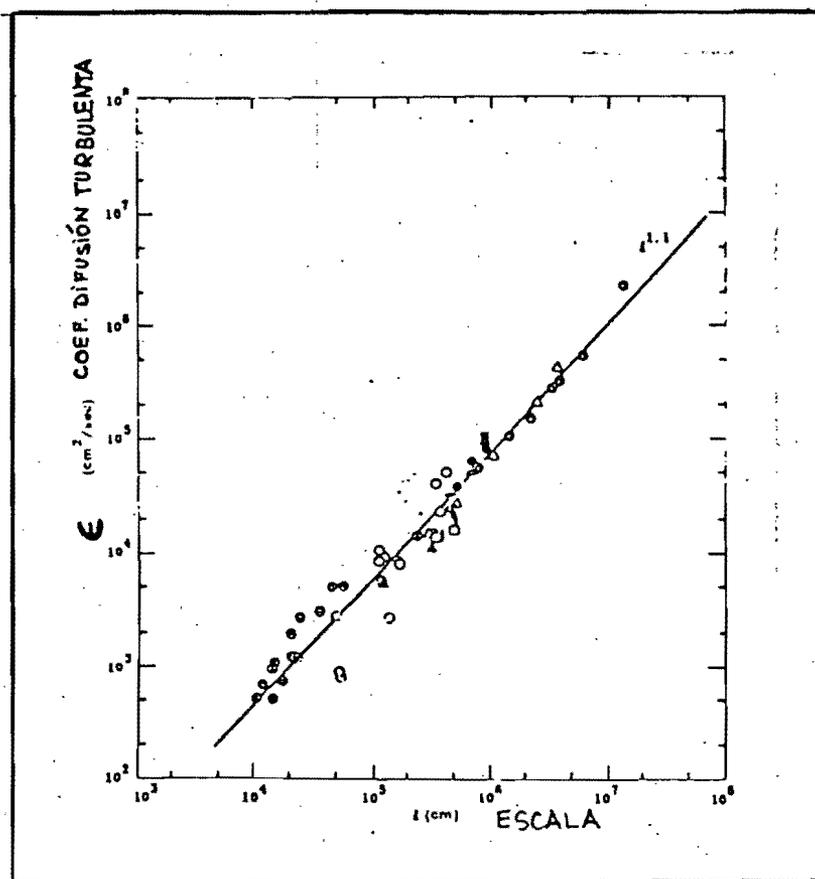


FIGURA 3.4 Diagrama* presentado por Okubo (1971) con valores medidos, por diferentes investigadores, del coeficiente de difusión turbulenta (horizontal). No-^{1.1} tándose una ley de mejor ajuste de $L^{1.1}$.

* tomada del libro Turbulent diffusion in the environment autor CSANADY G.T., D. Reidel publishing company, 1973.

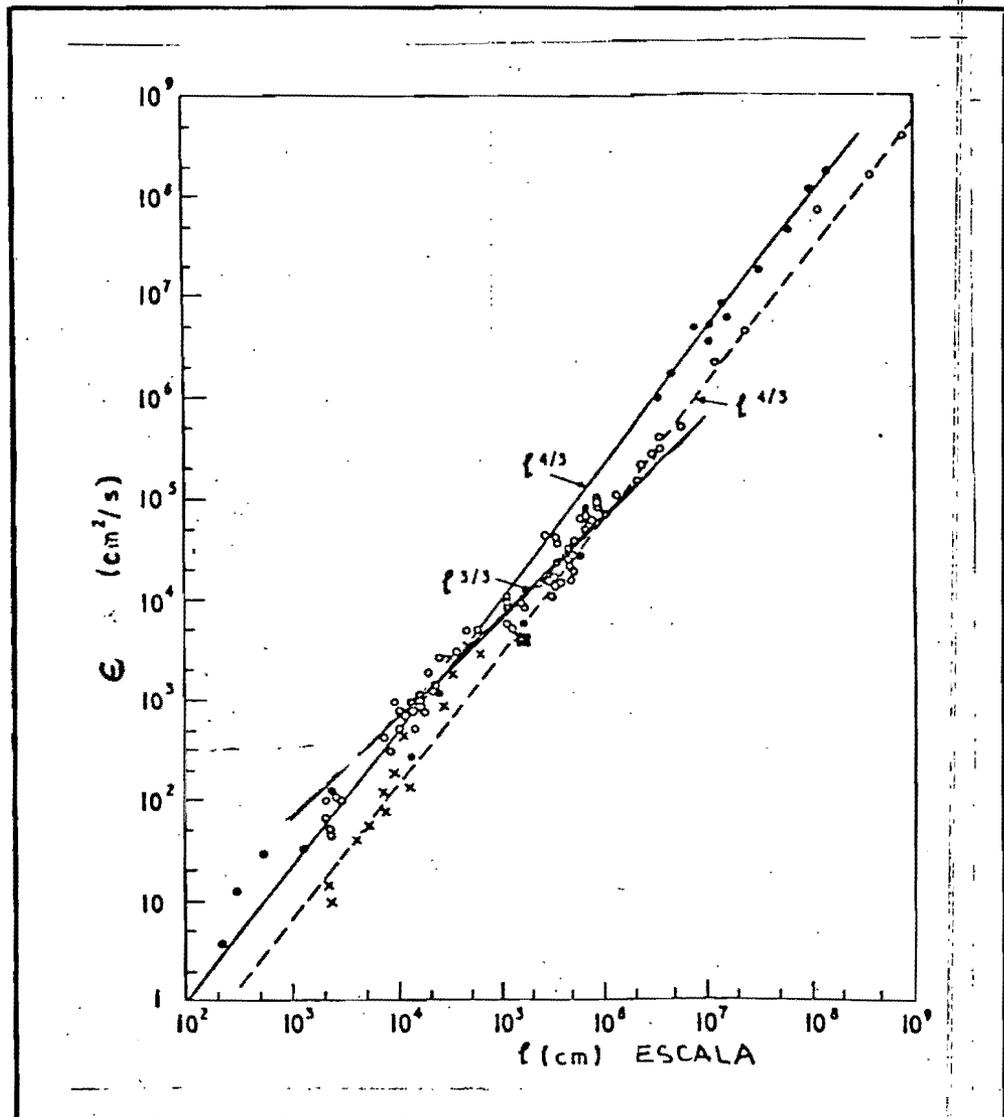


FIGURA 3.5. Diagrama de Okubo enriquecido con más datos medidos, presentado por Callaway^[4] mostrando que en todo caso la ley de mejor ajuste estará entre $l^{3/3}$ y $l^{4/3}$.

A pesar que la ecuación 3.14 tiene cierto apoyo teórico, -- considerando que es similar el comportamiento del coeficiente de difusión en régimen turbulento y la viscosidad en régimen turbulento, Callaway (1979) y Okubo (1971) han demostrado que la ley de mejor ajuste resulta entre $L^{3/3}$ y $L^{4/3}$ (figs 3.4 y 3.5).

En el planteo del modelo se considera la emisión de la mezcla de aguas residuales y agua de mar desde una fuente de línea de long. b , que en cada caso será igual a la proyección perpendicular del difusor al eje paralelo a la dirección de la corriente de arrastre, de velocidad v , siendo $C(x, y)$ y la función de la concentración en cualquier punto (x, y) , figura 3.6.

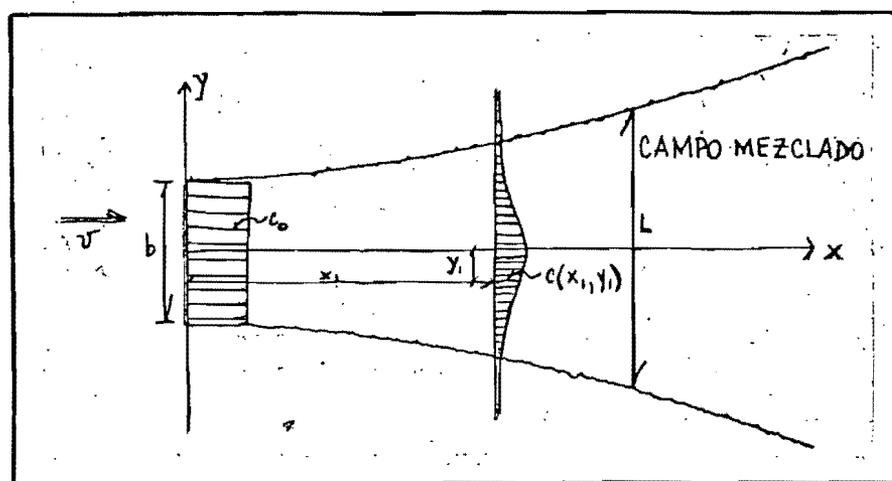


FIGURA 3.6.

Como puede observarse, a medida que crece X , el campo se va anchando produciéndose un descenso en el valor de las concentraciones máximas (en el eje), el ancho L del campo será considerado como la escala de variación de ϵ , ecuación 3.14.

Para este análisis, Brooks [3] considera:

- a) Flujo establecido, lo que sería la condición más desfavorable, especialmente si es máxima la velocidad de corriente hacia la costa y descarga máxima del residuo líquido
- b) Mezclado longitudinal despreciable, flujo pistón
- c) Mezclado vertical despreciable
- d) Se considera el coeficiente de difusión turbulenta, variable dependiente de L (función sólo de X)
- e) La tasa de decaimiento de determinada sustancia es proporcional a su concentración, y los fenómenos diversos involucrados en dicha desaparición son considerados en una tasa aparente de decaimiento (K) .

Comentarios sobre las hipótesis del Modelo de Brooks [3]

- (a) El modelo tradicionalmente usado, considera estado establecido, y es en realidad difícil en condiciones naturales conseguir un patrón de flujo oceánico que permita dicho estado, lo que conlleva a un diseño muy pesimista (extensión excesiva del emisor) con aumento de los costos de construcción. Un enfoque más realista sería el planteo y solución de un modelo para el estado transitorio o no establecido, y considerar la respuesta del mismo ante un patrón de flujo con cierta probabilidad de retorno.
- (b) Ante los valores de velocidades de corrientes medidas en el mar, es razonable suponer el flujo pistón, aunque de seguro la solución puede ser más efectiva con flujo pistón con dispersión, lógicamente aumentando la complejidad matemática del análisis.
- (c) El coeficiente de difusión turbulenta vertical es mucho menor que el horizontal, valores resumidos en la Tabla 3.1 evidencian tal aseveración.
- (d) Con base en las investigaciones resumidas en las figuras 3.4 y 3.5.

Investigador	Valor de ϵ_z cm^2/s
Kullenberg (1971-1974)	0.02 - 0.4
Rooth y Ostlund (1972)	0.2
Woods y Wiley (1972)	0.2
Sarmiento et.al. (1976)	10 - 50
Peterson y Rooth (1976)	3

TABLA 3.1

(e) En el caso de parámetros biológicos, en el aspecto de aplicación se ha continuado con los coliformes totales, considerando a estos microorganismos más resistentes a las condiciones adversas, que otros más patógenos -- presentes en las aguas residuales.

Una seria limitación es la determinación de la constante de decaimiento, tal y como fue analizado en el capítulo I existe una interacción entre microflora marina y microorganismos descargados que afecta sensiblemente los valores de K ó T_{90} medidos en el lugar antes de la operación del sistema, por lo que la determinación más cercana a la realidad para fines de proyecto, sería en un emisor existente con condiciones de microflora marina, al inicio de las descargas, si milares a las del sitio en consideración.

Considerando las hipótesis anteriores, y planteando la ecuación de continuidad para la sustancia emitida por una fuente de línea de longitud b (figura 3.6), se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(-\epsilon \frac{\partial C}{\partial y} \right) + v \frac{\partial C}{\partial x} + K C = 0 \quad (3.15)$$

con condiciones iniciales o de frontera en $x = 0$

$$-b/2 \leq y \leq b/2, \quad C = C_0$$

$$|y| > b/2, \quad C = 0$$

Haciendo $C = \phi e^{-Kx/v}$, tiempo de recorrido, sustituyendo en 3.15, y a la vez dividiendo por $e^{-Kx/v}$, se obtiene:

$$\epsilon \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = v \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.16)$$

donde

$\phi(x,y)$ es la concentración sin considerar decaimiento,

A este nivel se maneja una ecuación diferencial que sólo difiere de la ecuación clásica para transporte de calor en que el valor de ϵ es variable.

Brooks [3] propone el siguiente procedimiento matemático.

Si $\epsilon = \epsilon_0 f(x)$, donde $\epsilon = \epsilon_0$ en $x = 0$, sustituyendo en 3.16,

resulta:

$$\frac{\epsilon_0 \partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{v}{f(X)} \frac{\partial \phi}{\partial X} \quad (3.17)$$

Si se define una variable X' de tal suerte que, $dX' = f(X) dx$ ec. 3.18, entonces 3.17 se puede expresar como,

$$\frac{\epsilon_0 \partial^2 \phi}{\partial y^2} = v \frac{\partial \phi}{\partial X'} \quad (3.19)$$

La nueva variable X' es en realidad el área bajo la curva de la relación ϵ/ϵ_0 desde el punto $X=0$ hasta el valor X en consideración, esto es:

$$X' = \int_0^X f(X) dx \quad (3.20)$$

Debido a la adimensionalidad de $f(X)$, X' tiene unidades de longitud.

Teniendo en cuenta que ϵ_0 y v son constantes 3.19 puede resolverse como la sumatoria de infinitas fuentes puntuales - (una fuente de línea) en la longitud b , aplicando transformada de Laplace considerando las condiciones de frontera, - usando finalmente inversión compleja de Laplace (ver demostración apéndice C-2), si; $t = X/v$, $t' = X'/v$ y $Q = \epsilon_0 dy'$ (masa/unidad de área, emitida por una fuente puntual dy'), -

entonces:

$$C(x, y) = \frac{C_0 e^{-Kt}}{2\sqrt{\pi\epsilon_0 t'}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{-\frac{(y-y')^2}{4\epsilon_0 t'}} dy' =$$

$$= \phi(x', y) e^{-Kt} \quad (3.21)$$

El siguiente paso en la solución práctica al problema es la determinación de la función $f(x)$. Es necesaria una estimación del valor de la escala L (figura 3.6) la cual puede realizarse con base en las características de la distribución de concentraciones en una estación X dada. Si σ es la desviación estandar de dicha distribución, por igualación de momentos de inercia, se obtiene:

$$\sigma^2 = \frac{1}{C_0 b} \int_{-\infty}^{\infty} y^2 \phi(x', y) dy \quad (3.22)$$

entonces,

$$L = 2\sqrt{3} \sigma \quad (3.23)$$

Nótese que $L = b$ $X = 0$.

La función $f(x)$ puede determinarse para cada ley de variación de ϵ . De las investigaciones de Callaway y Okubo se puede concluir que la ley de mejor ajuste estará entre $L^{4/3}$ y $L^{3/3}$, aún así se analizará el caso de ϵ constante para fi-

nes comparativos. Si se plantea la ecuación diferencial ordinaria general, esto es:

$$\frac{dx'}{dX} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} f(X) \quad (3.24)$$

para la ley de 4/3 se obtiene:

$$\frac{dx'}{dX} = \left(\frac{L}{b}\right)^{4/3} = \frac{12}{C_0 b^3} \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 \phi(x', y) dy^{2/3} \quad (3.25)$$

Sustituyendo el valor de $\phi(x', y)$ de la ecuación 3.21 en 3.25 para cada caso (ley de variación de ϵ), llamando β a el factor adimensional $12\epsilon_0/vb$,

$$\text{para } \epsilon = \epsilon_0 \quad \therefore \quad x' = X \quad (3.26)$$

$$\text{para } \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{L}{b} \text{ (ley } L^{3/3}); \quad x'/b = \frac{1}{2\beta} \left[\left(1 + \beta \frac{x'}{b}\right)^2 - 1 \right] \quad (3.27)$$

$$\text{para } \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \left(\frac{L}{b}\right)^{4/3} \text{ (ley } L^{4/3}); \quad \frac{x'}{b} = \frac{1}{2\beta} \left[\left(1 + 2/3 \beta \frac{x'}{b}\right)^3 - 1 \right] \quad (3.28)$$

Atendiendo a los comentarios realizados anteriormente para un caso real:

$$\frac{L}{b} \leq \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \leq \left(\frac{L}{b}\right)^{4/3} \quad (3.29)$$

A este nivel de desarrollo se conoce la relación entre X' y X , falta entonces la determinación de la escala L para un valor específico X . Si σ^2 es la varianza de la distribución de concentraciones ($\sigma^2 = 2\epsilon t$) y t es el tiempo de recorrido se tiene:

$$\epsilon = \frac{1}{2} \frac{d\sigma^2}{dt} \quad (3.30)$$

Sustituyendo $\sigma^2 = L^2/12$ (partiendo de 3.23) y considerando $t = X/v$, derivando con respecto a L , se consigue:

$$\epsilon = \frac{vL}{12} \frac{dL}{dX} \quad (3.31)$$

$$\text{dividiendo por } \epsilon_0 \rightarrow \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{vL}{12\epsilon_0} \frac{dL}{dX} \quad (3.32)$$

llamando $j = \left(\frac{v}{12\epsilon_0}\right)$ para la ley $L^{3/3}$, sustituyendo en 3.31

$$L/b = j L \frac{dL}{dX} \quad (3.33)$$

resolviendo 3.33 por separación de variables, resulta;

$$L/b = (\beta \frac{X}{b} + 1) \quad (3.34)$$

procediendo de igual manera en caso de ϵ constante y para la ley $L^{4/3}$, se puede resumir en la siguiente tabla los resultados

ϵ constante	$\epsilon/\epsilon_0 = (L/b)^0$	$L/b = (1 + 2\beta \frac{X}{b})^{1/2}$ (3.34)
ϵ incrementa linealmente	$\epsilon/\epsilon_0 = (L/b)^{3/3}$	$L/b = (1 + \beta \frac{X}{b})$ (3.35)
ϵ incrementa con ley $L^{4/3}$	$\epsilon/\epsilon_0 = (L/b)^{4/3}$	$L/b = (1 + 2/3\beta \frac{X}{b})^{3/2}$ (3.36)

TABLA 3.2

En la representación gráfica L/b contra $\beta X/b$ (figura 3.7), las zonas sombreadas representan las regiones en las cuales estarán las fronteras laterales del campo de mezcla aguas negras-agua salada, según la ley de variación de ϵ determinada experimentalmente. Con base en las investigaciones de Callaway [4], para valores $100 \text{ m} \leq L \leq 1000 \text{ m}$ la ley $L^{3/3}$ se ajusta mejor que $L^{4/3}$, por tanto para emisiones de gran longitud una metodología racional sería considerar $\epsilon = \alpha L^{4/3}$ a partir de $L \geq 1000 \text{ m}$.

Brooks [3] propone en todo caso el uso de la ley de 4/3, lo que sería erróneo para emisiones cortas donde el aumento de σ es lineal al crecimiento de la escala.

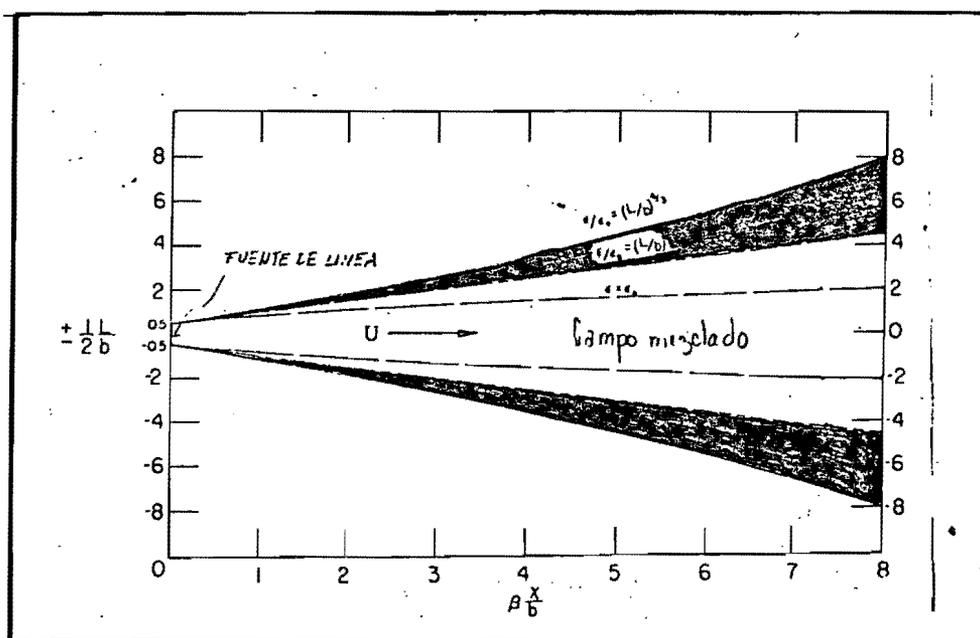


FIGURA 3.7

Conociendo L/B y la relación entre X y X' se puede usar la ecuación 3.21 para calcular la distribución de concentraciones en una estación dada.

Lo más usual es controlar las concentraciones máximas en los puntos de interés, expresiones para estas se consiguen

haciendo $y=0$ en la ecuación 3.21 para cada caso, de tal suerte que:

para ϵ constante

$$C_{\max}(X) = C_0 e^{-Kt} * \text{Fer} \left(\frac{3}{4\beta X/b} \right)^{1/2} \quad (3.37)$$

para $\epsilon = \alpha L^{3/3}$

$$C_{\max}(X) = C_0 e^{-Kt} * \text{Fer} \left(\frac{3/2}{(1+\beta \frac{X}{b})^2 - 1} \right)^{1/2} \quad (3.38)$$

para $\epsilon = \alpha L^{4/3}$

$$C_{\max}(X) = C_0 e^{-Kt} * \text{Fer} \left(\frac{3/2}{(1+2/3\beta X/b)^3 - 1} \right)^{1/2} \quad (3.39)$$

La disminución de la concentración máxima para cada estación, con relación a C_0 (concentración en la fuente de línea) se presenta en la figura 3.8, aquí $C_0/C_{\max}(X)$ se denomina factor de dilución. La zona sombreada corresponde a la región de soluciones factibles, como se ha comentado anteriormente.

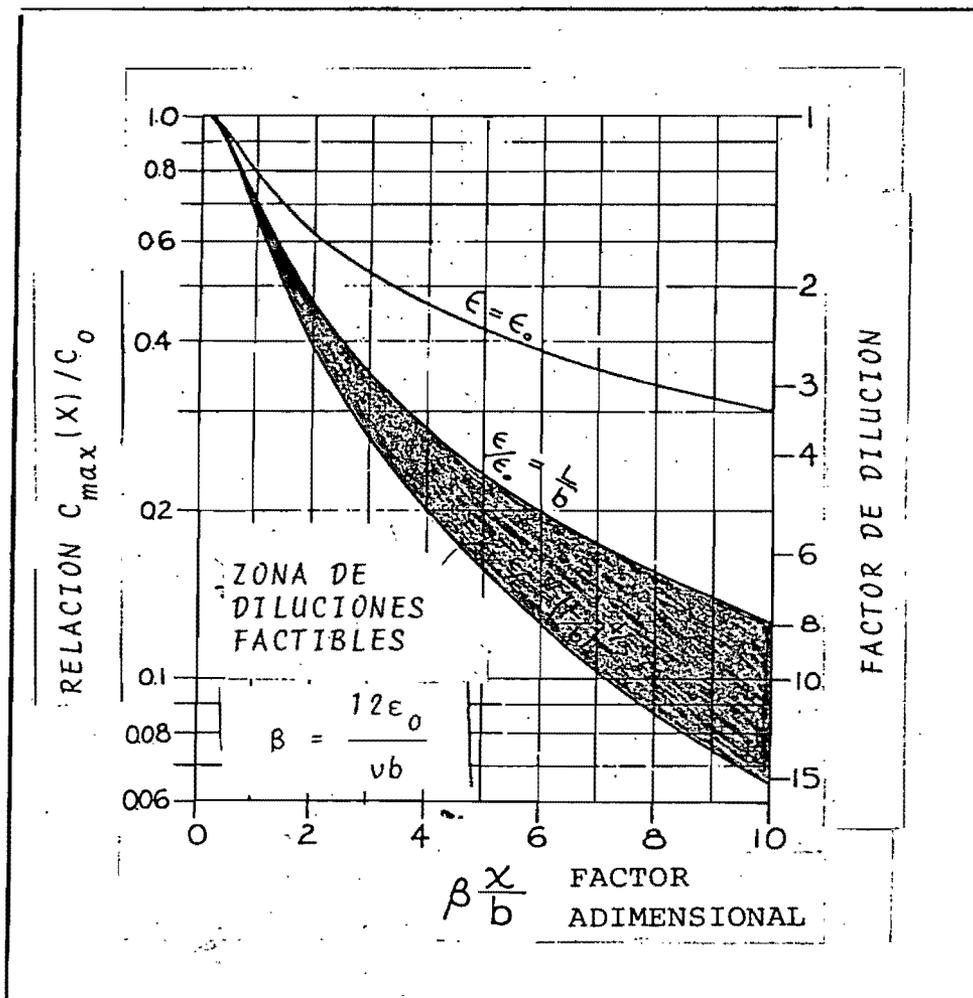


FIGURA 3.8. Gráfica para estimar el factor de dilución a partir del factor adimensional $\beta \frac{x}{b}$ o viceversa. ref [9]

CAPITULO IV. EJEMPLO DE APLICACION

Para determinada ciudad costera se poseen datos básicos para prediseñar un emisor submarino, que descargará las aguas residuales de dicha comunidad. Estimar 4 opciones, con base en tratamientos previos a las descargas (tratamiento primario como mínimo), para cumplir en todo caso que la concentración de bacterias coliformes en la línea costera sea menor o igual a 10 N.M.P./ml (1000 N.M.P./100 ml).

Datos

- a) Q medio futuro (caudal medio futuro) = $0.55 \text{ m}^3/\text{s}$
- b) Q max futuro (caudal máximo futuro) = $0.953 \text{ m}^3/\text{s}$
- c) Datos altimétricos del fondo oceánico desde 0.00 m hasta 1250 m, pendiente = 0.015 m/m

desde 1250 m hasta 2250 m, pendiente $\cong 0.0$ m/m

- d) Criterio para predimensionar el distribuidor = 3 L/s de medio futuro/m*
- e) Espaciamiento entre orificios = 4 metros (para evitar interferencias entre chorros ascendentes)
- f) Velocidad predominante hacia la costa = 0.12 m/s
- g) Velocidad de descarga de los orificios = 5 m/s
- h) Concentración de bacterias coliformes en el residuo líquido sin tratamiento = 1.4×10^6 N.M.P./ml
- i) T_{90} para condiciones más desfavorables = 1.8 horas
- j) Densidades relativas
 - aguas residuales municipales = 0.995
 - agua de mar = 1.023
- k) Norma a cumplir en la línea costera 10 coliformes (N.-M.P.)/ml.

Los estudios preliminares han indicado que no se presenta estratificación considerable de salinidad ni de temperatu--

* para la elección de este valor, se han realizado varios tanteos previos. El criterio básico es obtener diluciones iniciales mayores o iguales a 100, en la mayoría de los casos.

ra.

Desarrollo

Paso 1. Determinación de la longitud del tramo distribuidor (difusor)

$$L_{\text{dist.}} = \frac{550 \text{ L/S}}{3 \text{ L/S/M}} = 183.33 \text{ m usar } 184 \text{ metros}$$

dos ramales con 92 m cada uno (forma terminal en Y con ángulos internos = 120°.)

Paso 2. Orificios de salida

$$\text{Area total de orificios} = \frac{Q_{\text{max futuro}}}{V_{\text{salida}}} = \frac{0.953 \text{ m}^3/\text{s}}{5 \text{ m/s}} = 0.1906 \text{ m}^2$$

$$\text{Número de orificios por lado del distribuidor} = \frac{92 \text{ m}}{4 \text{ m/orificio}} + 1 = 24 \text{ orificios}$$

Total en el distribuidor = 48 orificios

$$\text{Area por orificio} = \frac{0.1906 \text{ m}^2}{48} = 0.003971 \text{ m}^2 \rightarrow \phi_{\text{teórico}} = 7.11 \text{ cm}$$

usar $\phi 3''$ de forma acampanada
(7.62cm)*

* Para un diseño definitivo se debe considerar tamaños variables de orificios (en caso de ser necesario), para lograr una distribución más o menos homogénea de los caudales descargados por cada uno de estos.

$$\text{Area total real} = 48 \times \frac{\pi (0.0762 \text{ m})^2}{4} = 0.2189 \text{ m}^2$$

$$\text{Velocidad de salida real} = \frac{0.953 \text{ m}^3/\text{s}}{0.2189 \text{ m}^2} = 4.35 \text{ m/s}$$

Paso 3. Estimación del diámetro del emisor

Si inicialmente se considera una velocidad de tránsito de 0.80 m/s para el caudal medio futuro, entonces:

$$\text{Area del emisor} = \frac{0.550 \text{ m}^3/\text{s}}{0.80 \text{ m/s}} = 0.6875 \text{ m}^2$$

$$\phi_{\text{teórico}} = \sqrt{\frac{4(0.6875)}{\pi}} = 0.9356 \text{ m} \rightarrow \text{usar conducto de } \phi 36'' \text{ (0.9144m)}$$

Velocidad corregida = 0.838 m/s.

Extremos distribuidores de $\phi 24''$ y 92 m de longitud cada uno.

para el emisor ($\phi 36''$ - concreto, n de Manning = 0.015), la pérdida de carga será:

1.13 m/1000 m de longitud, para $Q_{\text{medio futuro}}$ ($0.55 \text{ m}^3/\text{s}$)

3.40 m/1000 m de longitud, para $Q_{\text{máx futuro}}$ ($0.953 \text{ m}^3/\text{s}$)

Paso 4. Cálculo de la dilución total para diferentes longitudes de emisor.

X = 250 metros de la línea costera

4.1 Dilución inicial

$$\text{profundidad} = 0.015 \text{ m/m} \times 250 \text{ m} = 3.75 \text{ m}$$

$$y_{\text{max}} = 3.75 - \frac{0.914}{2} = 3.293 \text{ m} \quad (\text{desde el centro del orificio a la superficie})$$

el número geométrico será; $\frac{y_{\text{max}}}{D} = \frac{3.293 \text{ m}}{0.0762 \text{ m}} = 43.22$

Calculando el número de Froude por la expresión 2.3, se obtiene:

$$F = \frac{4.35 \text{ m/s}}{\sqrt{9.81 \text{ m/s}^2 \left(\frac{1.023 - 0.995}{0.995} \right) \times 0.0762 \text{ m}}} = 29.99$$

Usando la gráfica 2-2, se determina $S_o = 37.5$.

A este nivel debe estimarse la dilución por corrientes (expresión 2.10).

$$b = 2 \times 92 \text{ m} \times \cos 30^\circ = 159.35 \text{ m}$$

$$v = 0.12 \text{ m/s}$$

El valor de d puede ser estimado como 1/3 de la profundidad total.*

* este valor debe ser observado en los ensayos in situ de trazadores.

$$d = \frac{3.75 \text{ m}}{3} = 1.25 \text{ m} \quad S_a = \frac{0.12 \text{ m/s} \times 159.35 \text{ m} \times 1.25 \text{ m}}{0.953 \text{ m/s}} = 25.08$$

como $S_a < S_o$, rige S_a

4.2 Dilución por transporte y dispersión (S_1)

Partiendo de la ecuación 3.38 (ley $\epsilon = \alpha L^{3/3}$), sin el factor e^{-Kt} ,

$$S_1 = \frac{C_o}{C_{\max}(X)} = \left[\text{Fer} \left(\frac{3/2}{(1 + \beta \frac{X}{b})^2 - 1} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (4.1)$$

A partir de las investigaciones de Callaway, el autor ha de terminado para ley $\epsilon = \alpha L^{3/3}$, $\alpha = 0.1$

$$\therefore \epsilon_o = 0.1 \times 159.35 \times 10^2 = 1593.5 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$\text{entonces} \quad \beta = \frac{12 \times 1593.5 \text{ cm}^2/\text{s}}{12 \text{ cm/s} \times 159.35 \times 10^2 \text{ cm}} = 0.10$$

Sustituyendo en 4.1, para $X = 250 \text{ m}$ y usando las tablas -- del apéndice C-1, se obtiene; $S_1 \cong 1$

4.3 Factor de disminución debido a la mortalidad bacteriana (S_2).

De la expresión 1.3 y sustituyendo t por X/v , resulta:

$$S_2 = \exp \left\{ \left(\frac{\ln 10}{T_{90}} \right) \times \frac{X}{v} \right\} \quad (4.2)$$

$$S_2 = \exp \left\{ \left(\frac{\ln 10}{1.8 \text{ h}} \right) \times \frac{250 \text{ m}}{0.12 \text{ m/s} \times 3600 \text{ s/h}} \right\} = 2.1$$

La dilución total será $S_T = 25.08 \times 1 \times 2.1 = 52.67$

Igualmente se procede para diferentes longitudes, los resultados se encuentran resumidos en la Tabla 4.1.

Longitud del emisor en metros	Dilución Inicial S_a ó S_o (el menor valor)	Dilución por transporte y dispersión	Factor de disminución por decaimiento bact.	Dilución total Col. 2 (x) Col. 3 (x) Col. 4
250	25.08	1	2.1	52.67
500	50.16	1.04	4.4	229.53
750	75.24	1.12	9.22	776.96
1000	100.33	1.21	19.32	2345.43
1250	125.41	1.32	40.51	6706.07
1500	125.41	1.43	84.92	15229.24
1750	125.41	1.53	178.04	34161.83
2000	125.41	1.65	373.26	77237.39
2050	125.41	1.67	432.83	90649.62
2075	125.41	1.68	466.09	98199.94
2125	125.41	1.70	540.46	115224.45

TABLA 4.1

Finalmente se proponen 4 tratamientos (eficiencias tomadas de referencia [15]), estimándose la longitud requerida de emisor en cada caso. Tabla 4.2.

Tratamiento	Eficiencia de remoción de coliformes	Dilución total requerida*	Longitud de emisor (m)
Primario	25%	105000	2098
Lodos activados	90%	14000	1477
Primario-Cloración	98%	2800	1041
Lodos activados-Cloración	99.9%	140	407

* para obtener 10 N.M.P./ml en la playa

TABLA 4.2

Este prediseño debe ser complementado con los datos hidráulicos (carga hidráulica del emisor), costos de construcción para diferentes longitudes de emisor y costos de instalación, operación y mantenimiento de los tratamientos propuestos. De esta manera, y con base en un periodo de diseño se establecerían comparaciones económicas para determinar la opción más cercana a la óptima, para encontrar esta última deberán considerarse aspectos más detallados a nivel de estudios, diseño y construcción.

CAPITULO V. COMENTARIOS

La fase más importante en el proyecto racional de descargas submarinas de aguas residuales, está conformada por los estudios. Esto se reafirma en el ejemplo de aplicación, en el cual un cambio en el valor de T_{90} ó de la ley de difusión válida, implicaría una variación drástica en los resultados, anulando las comparaciones económicas mencionadas.

A propósito de la ley de variación del coeficiente de difusión turbulenta, es razonable considerar de acuerdo con los resultados presentados por Callaway [4] y Okubo [7], que en la ecuación $\epsilon = a L^n$, el valor de n estará comprendido entre 1 y 4/3. De hecho en las inmediaciones de emisores existentes no se han medido diluciones físicas mayores de 1000, consideradas a nivel de diseño, lo que demuestra una sobrestimación de las diluciones por transporte y disper-

sión al considerar $n = 4/3$. Cabe destacar al respecto que la revisión matemática del problema de transporte y difusión de contaminantes en el mar (modelo en uso), pone en evidencia las limitaciones del mismo. La solución tradicionalmente empleada es para el estado estacionario, difícil de establecerse en muchos casos prácticos. Para proyectos de gran magnitud un ataque más realista sería dar una solución numérica a la ecuación diferencial del estado transitorio para un patrón de flujo oceánico estocástico, obtenido a partir de los datos recolectados, definiendo para el mismo un periodo de retorno.

Los métodos para la estimación de la dilución inicial, pueden ser mejorados sustancialmente, considerando la variación de velocidades en la profundidad para los puntos de descarga. Posiblemente el mejor acercamiento a dicho análisis es la modelización a escala. Lógicamente, el levantamiento de perfiles de salinidad y temperatura en varias estaciones del año, debe ser una de las primeras tareas en la fase de estudio, ya que orientará esta etapa de búsqueda de datos y coadyuvará a la elección de modelos adecuados.

El ejemplo de aplicación desarrollado en el capítulo IV, demuestra que en la reducción de concentraciones de una sustancia contaminante en el medio marino, juegan el papel más importante el decaimiento de dicha sustancia y la dilución inicial, dependiendo su posición relativa de las condicio-

nes típicas del problema.

Tal y como se ha esbozado en este trabajo, hay bastante cam
po para la investigación en las descargas de desechos líqui
dos al mar, debido al alcance limitado de los modelos utili
zados y a la multiplicidad de factores involucrados en el -
asunto en cuestión.



DEPA

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ABRAMOWITZ, M. en I.A. Stegun. Handbook of mathematical functions. Washington, D.C. U.S. Government printing office, 1964.
2. BROOKS, N.H. & L.N. Fan. "Turbulent mixing phenomena of ocean outfalls". En journal of the sanitary engineering division: proceedings. New York: ASCE, 1966, Vol. 92, No. SA1, (feb 1966). p 296-300.
3. BROOKS, N.H. "Diffusion of sewage effluent in an ocean-current". En proceedings first international conference on waste disposal in marine environment. Berkeley, California. New York: pergamon press, 1966.- p 246-267.

4. CALLAWAY, R.J. "Subsurface horizontal dispersion of pollutants in open coastal waters". En proceedings of an International Symposium held at Church House. 27 de agosto - 2 de septiembre de 1974. London: -- Pergamon Press. p. 297-307. (paper No. 30)
5. CAMP, T.R. & S.D. Graber. "Dispersion conduits". En -- Journal of the Sanitary Engineering Division: Proceedings. New York. ASCE, 1968, Vol. 94, No. SA1, - (feb. 1968). p. 31-38.
6. CEDERWALL, K.. et.al. "Subsequent dispersion-method of measurement". En Proceedings of an International-Symposium held at Chuch House. 27 de agosto - 2 - de septiembre de 1974. London: Pergamon Press. - p. 309-319 (paper No. 31).
7. CSANADY, G.T. Turbulent diffusion in the environment.- Geophysics and Astrophysics monographs, Volumen 3. Dordrecht, Holland: D. Reidel publishing company, 1973. p. 1-13.
8. DUEDALL, I.W.. et.al. Wastes in the ocean, Volumen 1,- Industrial and sewage wastes in the ocean. New --- York. John Wiley & Sons, 1983, p. 87-100.

9. FAIR, G.M. et.al. Water and Wastewater Engineering. --
Volumen 2. Water purification and wastewater ---
treatment and disposal. New York: John Wiley & ---
Sons, 1968, p. 33-31 a 33-34.
10. FAULIN, P. "Emissário Submarino de Santos: Operação -
Puxamento". En Revista DAE. Brasil: (s.e.), 1978.-
No. 116, p. 24-27.
11. GUNNERSON, G. "Discharge of sewage from sea outfalls".
En proceedings of an International Symposium held
at Chuch House, 27 de agosto-2 de septiembre de --
1974, London. Pergamon Press, p. 415-425. (paper-
No. 41.)
12. LAGER, J.A. & G. Tchobanoglus. "Effluent disposal in -
South San Francisco Bay". En Journal of the Sani-
tary Engineering Division: Proceedings. New York.-
ASCE. 1968, Vol. 94, No. SA2, (abril 1968), p. 213-
235.
13. LOPEZ MARCO, MA et.al. "Comportamiento de organismos--
de la materia orgánica fecal (*Escherichia coli*) en
zonas productoras de moluscos bivalvos en los esta-
dos de Baja California, Veracruz y Tabasco". en --
III Congreso de Ingeniería Sanitaria y Ambiental.-
Acapulco, Gro. 22-24 de septiembre de 1984. Acapul

co, México: (s.e.) 18p.

14. MENDEZ CURIEL, E.S. y J.A. Murillo Gutiérrez. "La difusión como elemento de control de la Contaminación marina". México: El autor, 1985. 188 p. (Tesis Licenciatura en Ingeniería Civil. Universidad Nacional Autónoma de México).
15. METCALF & EDDY, INC. "Wastewater Engineering: Collection, Treatment and Disposal". New Delhi, India: Tata Mc Graw-Hill, 1978. p. 691-700. (T.M.H. Edition).
16. MITCHELL, R. "Destruction of bacteria and viruses in seawater". En Journal of the Sanitary Engineering Division: Proceedings. New York. ASCE, 1971, Vol. 97, No. SA4, (Agosto 1971), p. 425-431.
17. ORLOB, G.T. et.al. "Impact on marine benthos of wastewater discharge". En Journal of Environmental Engineering Division: Proceedings. New York. ASCE, 1977. Vol. 103, No. EE2, (abril 1977). p. 307-319.
18. PEREZ PATRACA, A.M. et.al. "Ecología del ambiente costero en la zona adyacente a la construcción del puerto industrial-comercial y petrolero de Salina-

- Cruz, Oaxaca". En III Congreso de Ingeniería Sanitaria y Ambiental. Acapulco, Gro. 22-24 de septiembre de 1984. Acapulco, México: (s.e.) 14 p.
19. POSTIGLIONI, O.J. et.al. "Aspectos metodológicos del planteamiento de un emisario submarino para la ciudad de Mar del Plata-Argentina" En IX Congreso de AIDIS. 1984. Santiago de Chile: (s.e.), 33 pp.
20. RAWN, A.M. et.al. "Diffusers for disposal of sewage in sea water". En American Society of Civil Engineers. Transactions. New York. ASCE, 1960. Vol. 86 No. SA2, (marzo 1960). p. 344-390 (paper No. 3179).
21. SPIEGEL, M.R. Transformadas de Laplace. 1ra. Edición en Español, México. Mc Graw-Hill, 1971. 257 p.
22. STEWART, R.E. et.al. "Diffusion of sewage effluent from ocean outfall". En Journal of the Sanitary Engineering Division: Proceedings. New York. ASCE, 1971. Vol. 97, No. SA4, (agosto 1971), p. 485-503.
23. STORRS, P.N. et.al. "Submarine outfall systems". En Memorias del Curso Water Supply and Wastewater Disposal. Washington, D.C. 8 de mayo 1974. Washington, D.C. (s.e.) 1974, 36 p.

APENDICE C-1. TABLAS DE LA FUNCION ERROR

x	$\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$	$\operatorname{erf} x$	x	$\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$	$\operatorname{erf} x$
0.00	1.12837 91671	0.00000 00000	0.50	0.87878 25789	0.52049 98778
0.01	1.12826 63348	0.01128 34156	0.51	0.86995 15467	0.52924 36198
0.02	1.12792 79057	0.02256 45747	0.52	0.86103 70343	0.53789 86305
0.03	1.12736 40827	0.03384 12223	0.53	0.85204 34444	0.54646 40969
0.04	1.12657 52040	0.04511 11061	0.54	0.84297 51813	0.55493 92505
0.05	1.12556 17424	0.05637 19778	0.55	0.83383 66473	0.56332 33663
0.06	1.12432 43052	0.06762 15944	0.56	0.82463 22395	0.57161 57638
0.07	1.12286 36333	0.07885 77198	0.57	0.81536 63461	0.57981 58062
0.08	1.12118 06004	0.09007 81258	0.58	0.80604 33431	0.58792 29004
0.09	1.11927 62126	0.10128 05939	0.59	0.79666 75911	0.59593 64972
0.10	1.11715 16068	0.11246 29160	0.60	0.78724 34317	0.60385 60908
0.11	1.11480 80500	0.12362 28962	0.61	0.77777 51846	0.61168 12189
0.12	1.11224 69379	0.13475 83518	0.62	0.76826 71442	0.61941 14619
0.13	1.10946 97934	0.14586 71148	0.63	0.75872 35764	0.62704 64433
0.14	1.10647 82654	0.15694 70331	0.64	0.74914 87161	0.63458 58291
0.15	1.10327 41267	0.16799 59714	0.65	0.73954 67634	0.64202 93274
0.16	1.09985 92726	0.17901 18132	0.66	0.72992 18814	0.64937 66880
0.17	1.09623 57192	0.18999 24612	0.67	0.72027 81930	0.65662 77023
0.18	1.09240 56008	0.20093 58390	0.68	0.71061 97784	0.66378 22027
0.19	1.08837 11683	0.21183 98922	0.69	0.70095 06721	0.67084 00622
0.20	1.08413 47871	0.22270 25892	0.70	0.69127 48604	0.67780 11938
0.21	1.07969 89342	0.23352 19230	0.71	0.68159 62792	0.68466 55502
0.22	1.07506 61963	0.24429 59116	0.72	0.67191 88112	0.69143 31231
0.23	1.07023 92672	0.25502 25996	0.73	0.66224 62838	0.69810 39429
0.24	1.06522 09449	0.26570 00590	0.74	0.65258 24665	0.70467 80779
0.25	1.06001 41294	0.27632 63902	0.75	0.64293 10692	0.71115 56337
0.26	1.05462 18194	0.28689 97232	0.76	0.63329 57399	0.71753 67528
0.27	1.04904 71098	0.29741 82185	0.77	0.62368 00626	0.72382 16140
0.28	1.04329 31885	0.30788 00680	0.78	0.61408 75556	0.73001 04313
0.29	1.03736 33334	0.31828 34959	0.79	0.60452 16696	0.73610 34538
0.30	1.03126 09096	0.32862 67595	0.80	0.59498 57863	0.74210 09647
0.31	1.02498 93657	0.33890 81503	0.81	0.58548 32161	0.74800 32806
0.32	1.01855 22310	0.34912 59948	0.82	0.57601 71973	0.75381 07509
0.33	1.01195 31119	0.35927 86550	0.83	0.56659 08944	0.75952 37569
0.34	1.00519 56887	0.36936 45293	0.84	0.55720 73967	0.76514 27115
0.35	0.99828 37121	0.37938 20536	0.85	0.54786 97173	0.77066 80576
0.36	0.99122 10001	0.38932 97011	0.86	0.53858 07918	0.77610 02683
0.37	0.98401 14337	0.39920 59840	0.87	0.52934 34773	0.78143 98455
0.38	0.97665 89542	0.40900 94534	0.88	0.52016 05514	0.78668 73192
0.39	0.96916 75592	0.41873 87001	0.89	0.51103 47116	0.79184 32468
0.40	0.96154 12988	0.42839 23550	0.90	0.50196 85742	0.79690 82124
0.41	0.95378 42727	0.43796 90902	0.91	0.49296 46742	0.80188 28258
0.42	0.94590 06256	0.44746 76184	0.92	0.48402 54639	0.80676 77215
0.43	0.93789 45443	0.45688 66945	0.93	0.47515 32132	0.81156 35586
0.44	0.92977 02537	0.46622 51153	0.94	0.46635 05090	0.81627 10190
0.45	0.92153 20130	0.47548 17198	0.95	0.45761 92546	0.82089 08073
0.46	0.91318 41122	0.48465 53900	0.96	0.44896 16700	0.82542 36496
0.47	0.90473 08685	0.49374 50509	0.97	0.44037 97913	0.82987 02930
0.48	0.89617 66223	0.50274 96707	0.98	0.43187 55710	0.83423 15043
0.49	0.88752 57337	0.51166 82612	0.99	0.42345 08779	0.83850 80696
0.50	0.87878 25789	0.52049 98778	1.00	0.41510 74974	0.84270 07929

* FUNCION $\operatorname{ERF}(X)$ Y VALORES $\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-X^2}$

* (tomada del Handbook of mathematical functions with formulas, Graphs, and mathematical tables, United States department of commerce. June 1964).

x	$\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$	$\operatorname{erf} x$	x	$\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$	$\operatorname{erf} x$
1.00	0.41510 74974	0.84270 07929	1.50	0.11893 02892	0.96610 51465
1.01	0.40684 71315	0.84681 04962	1.51	0.11540 38270	0.96727 67481
1.02	0.39867 13992	0.85083 80177	1.52	0.11195 95356	0.96841 34969
1.03	0.39058 18368	0.85478 42115	1.53	0.10859 63195	0.96951 62091
1.04	0.38257 98986	0.85864 99465	1.54	0.10531 30683	0.97058 56899
1.05	0.37466 69570	0.86243 61061	1.55	0.10210 86576	0.97162 27333
1.06	0.36684 43034	0.86614 35866	1.56	0.09898 19506	0.97262 81220
1.07	0.35911 31488	0.86977 32972	1.57	0.09593 17995	0.97360 26275
1.08	0.35147 46245	0.87332 61584	1.58	0.09295 70461	0.97454 70093
1.09	0.34392 97827	0.87680 31019	1.59	0.09005 65239	0.97546 20158
1.10	0.33647 95978	0.88020 50696	1.60	0.08722 90586	0.97634 83833
1.11	0.32912 49667	0.88353 30124	1.61	0.08447 34697	0.97720 68366
1.12	0.32186 67103	0.88678 78902	1.62	0.08178 85711	0.97803 80884
1.13	0.31470 55742	0.88997 06704	1.63	0.07917 31730	0.97884 28397
1.14	0.30764 22299	0.89308 23276	1.64	0.07662 60821	0.97962 17795
1.15	0.30067 72759	0.89612 38429	1.65	0.07414 61034	0.98037 55850
1.16	0.29381 12389	0.89909 62029	1.66	0.07173 20405	0.98110 49213
1.17	0.28704 45748	0.90200 03990	1.67	0.06938 26972	0.98181 04416
1.18	0.28037 76702	0.90483 74269	1.68	0.06709 68781	0.98249 27870
1.19	0.27381 08437	0.90760 82860	1.69	0.06487 33895	0.98315 25869
1.20	0.26734 43470	0.91031 39782	1.70	0.06271 10405	0.98379 04586
1.21	0.26097 83664	0.91295 55080	1.71	0.06060 86436	0.98440 70075
1.22	0.25471 30243	0.91553 38810	1.72	0.05856 50157	0.98500 28274
1.23	0.24854 83805	0.91805 01041	1.73	0.05657 89788	0.98557 84998
1.24	0.24248 44335	0.92050 51843	1.74	0.05464 93607	0.98613 45950
1.25	0.23652 11224	0.92290 01283	1.75	0.05277 49959	0.98667 16712
1.26	0.23065 83281	0.92523 59418	1.76	0.05095 47262	0.98719 02752
1.27	0.22489 58748	0.92751 36293	1.77	0.04918 74012	0.98769 09422
1.28	0.21923 35317	0.92973 41930	1.78	0.04747 18791	0.98817 41959
1.29	0.21367 10145	0.93189 86327	1.79	0.04580 70274	0.98864 05487
1.30	0.20820 79868	0.93400 79449	1.80	0.04419 17233	0.98909 05016
1.31	0.20284 40621	0.93606 31228	1.81	0.04262 48543	0.98952 45446
1.32	0.19757 88048	0.93806 51551	1.82	0.04110 53185	0.98994 31565
1.33	0.19241 17326	0.94001 50262	1.83	0.03963 20255	0.99034 68051
1.34	0.18734 23172	0.94191 37153	1.84	0.03820 38966	0.99073 59476
1.35	0.18236 99865	0.94376 21961	1.85	0.03681 98653	0.99111 10301
1.36	0.17749 41262	0.94556 14366	1.86	0.03547 88774	0.99147 24883
1.37	0.17271 40811	0.94731 23980	1.87	0.03417 98920	0.99182 07476
1.38	0.16802 91568	0.94901 60353	1.88	0.03292 18811	0.99215 62228
1.39	0.16343 86216	0.95067 32958	1.89	0.03170 38307	0.99247 93184
1.40	0.15894 17077	0.95228 51198	1.90	0.03052 47404	0.99279 04292
1.41	0.15453 76130	0.95385 24394	1.91	0.02938 36241	0.99308 99398
1.42	0.15022 55027	0.95537 61786	1.92	0.02827 95101	0.99337 82251
1.43	0.14600 45107	0.95685 72531	1.93	0.02721 14412	0.99365 56502
1.44	0.14187 37413	0.95829 65696	1.94	0.02617 84752	0.99392 25709
1.45	0.13783 22708	0.95969 50256	1.95	0.02517 96849	0.99417 93336
1.46	0.13387 91486	0.96105 35095	1.96	0.02421 41583	0.99442 62755
1.47	0.13001 33993	0.96237 28999	1.97	0.02328 09986	0.99466 37246
1.48	0.12623 40239	0.96365 40654	1.98	0.02237 93244	0.99489 20004
1.49	0.12254 00011	0.96489 78648	1.99	0.02150 82701	0.99511 14132
1.50	0.11893 02892	0.96610 51465	2.00	0.02066 69854	0.99532 22650

* FUNCION ERF(X) (ESTANDARD ERROR) Y VALORES $\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}$

* [tomada del handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables], United States department of commerce, June 1964.

APENDICE C-2. SOLUCION ECUACION DIFERENCIAL DE TRANSPORTE
DE CONTAMINANTES EN EL MAR.

APENDICE C-2. SOLUCION ECUACION DIFERENCIAL DE TRANSPORTE
DE CONTAMINANTES EN EL MAR.

El objetivo de este apéndice es la demostración de que la solución de la ecuación diferencial A.1, es la expresión A.2. Para las condiciones de fronteras especificadas.

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = v \frac{\partial \phi}{\partial x'} \quad (A.1)$$

$$\phi(x', y) = \frac{C_0}{2\sqrt{\pi\epsilon_0 t'}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{\frac{-(y-y')^2}{4\epsilon_0 t'}} dy' \quad (A.2)$$

Si $t' = \frac{x'}{v}$, entonces A.1 puede escribirse de la siguiente forma:

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\partial \phi}{\partial t'} \quad (A.3)$$

Considerando una fuente puntual del contaminante θ sustan-

cia de interés, en el punto y' sobre el eje y .

$$\phi(t', y) = Q \delta(t') \quad (\text{A.4})$$

donde

Q = emisión de masa por unidad de área (de la fuente puntual), y

$\delta(t')$ = función delta de Dirac

$$\text{Como condición inicial } \phi(0, y) = 0 \quad (\text{A.5})$$

Calculando transformadas de Laplace en la ecuación A.3, resulta:

$$\epsilon_0 \frac{d^2 \bar{\Phi}}{dy^2} = S \bar{\Phi} - \phi(0, y) \quad (\text{A.6})$$

donde $\bar{\Phi}$ = es la transformada de Laplace de $\phi(t', y)$

$$\therefore \frac{d^2 \bar{\Phi}}{dy^2} - \frac{S \bar{\Phi}}{\epsilon_0} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Es evidente que A.7 es una ecuación diferencial ordinaria de 2do. orden homogénea, la cual fácilmente puede resolverse por el método de coeficientes constantes:

$$\bar{\Phi}(S, y) = a_1 e^{\sqrt{S/\epsilon_0} y} + a_2 e^{-\sqrt{S/\epsilon_0} y} \quad (\text{A.8})$$

Por condición de acotación, $a_1 = 0$, y a_2 puede conocerse, -- ya que $\bar{\Phi}(S, y') = Q$ (esto partiendo de la ecuación A.4 y recordando que la transformada de Laplace de la Delta de Dirac es igual a 1), ó sea:

$$C_2 = Q e^{\sqrt{S/\epsilon_0} y'} \quad (\text{A.9})$$

$$\therefore \bar{\Phi}(S, y) = Q e^{-\sqrt{S/\epsilon_0} (y-y')} \quad (\text{A.10})$$

Aplicando transformada inversa de Laplace en A.10, resulta;

$$\phi(t', y) = \frac{Q}{2\sqrt{\pi\epsilon_0 t'}} e^{-(y-y')^2/4\epsilon_0 t'} \quad (\text{A.11})$$

Sabiendo que $Q = C_0 dy'$, para una fuente puntual, para la fuente de línea de longitud b , se puede realizar una superposición de infinitas fuentes puntuales, esto usando una ecuación integral:

$$\phi(t', y) = \frac{C_0}{2\sqrt{\pi\epsilon_0 t'}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{-(y-y')^2/4\epsilon_0 t'} dy' \quad (\text{A.12})$$

fuelle
lineal

Un método alternativo es presentado por Gsanaday [7] para difusión molecular (y una fuente puntual), esto es:

$$\frac{\partial C}{\partial t'} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad (\text{A.13})$$

La sol. de A.13 usando transformada de Laplace, para condiciones iniciales, $C \rightarrow 0 \quad /y/ > 0$ resulta:

$$C \rightarrow \infty \quad y = 0$$

$$C(t', y) = \frac{A}{\sqrt{t'}} e^{-y^2/4D_m t'} \quad (\text{A.14})$$

donde $A = \text{constante}$

Q para cualquier estación puede calcularse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} Q &= \int_{-\infty}^{+\infty} C(t', y) dy = 2A\sqrt{D_m} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2/4D_m t'} d\left(\frac{y}{2\sqrt{D_m t'}}\right) = \\ &= 2A\sqrt{\pi D_m} \quad (\text{A.15}) \end{aligned}$$

Despejando A de la ec. A.15 y sustituyendo en A.14, resulta;

$$C(t', y) = \frac{Q}{2\sqrt{\pi D_m t'}} e^{-y^2/4D_m t'} \quad (\text{A.16})$$

Como puede notarse la fuente se considera en $y = 0$.

Este es un modelo evidentemente gaussiano que puede ser definido ($t' > 0$) por sus características estadísticas.

El momento de inercia de la distribución de concentraciones estará dado por:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C(t', y) y^2 dy = 2 Q D_m t' \quad (\text{A.17})$$

Dividiendo por Q , se logra la estandarización en A.17,

$$\sigma^2 = 2 D_m t' \quad (\text{varianza}) \quad (\text{A.18})$$

$$y \quad \sigma = \sqrt{2 D_m t'} \quad (\text{desviación estandar}) \quad (\text{A.19})$$

Si se considera una fuente de línea en la cual

$$y \quad \left. \begin{array}{l} C = C_0 \quad \text{en} \quad -b/2 \leq y \leq b/2 \\ C = 0 \quad \text{en} \quad |y| > b/2 \end{array} \right\} \text{en } t = 0$$

para infinitas fuentes puntuales (dy') en la longitud b ---
 $(-b/2 \leq y' \leq b/2)$, la solución A.16 puede extenderse para
obtener exactamente la expresión A.12. Claro está cambian-
do el valor de D_m por ε_0 para considerar difusión turbulen-
ta para una fuente puntual.